Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI)	Nr albumu	Kierunek studiów	Rok studiów	23.02.2016	B

EGZAMIN PISEMNY Z MATEMATYKI 1

1. Obliczyć $\lim_{n\to\infty} \dfrac{2+4+\ldots+2n}{n^2+2}$. **4**

2. Obliczyć całkę nieoznaczoną $\displaystyle\int \frac{x}{\cos^2 x}\,dx$. **4**

3. Zbadać ekstremum funkcji $f(x) = 2x - \ln x + \frac{1}{x}$. **4**

4. Wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ poprowadzonej w punkcie $x_0 = 3$. **4**

5. Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywe $y = x^3 - x^2 + x$ i $y = x$. **5**

6. Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A(11, 15)$, $B(14, 12)$ i $C(23, 21)$. (a) Wyznaczyć pole trójkąta ABC. (b) Wyznaczyć środek trójkąta ABC. (c) Korzystając z twierdzenia Pappusa, obliczyć objętość bryły powstałej w wyniku obrotu trójkąta ABC wokół prostej $x = 1$. **5**

7. Zbadać zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^5+n}}$. 4

8. Wyznaczyć przedziały wklęsłości, przedziały wypukłości oraz punkty przegięcia wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$. 4

9. Wyznaczyć asymptoty wykresu funkcji $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$. 4

10. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć granicę $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{\sin^2 x}$. 4

11. Z prostokątnego arkusza tektury o wymiarach 15 cm na 8 cm wycinamy w rogach cztery równe kwadraty tak, aby po zagięciu odpowiednich boków otrzymać otwarte pudełko. Wyznaczyć największą możliwą objętość otrzymanego pudełka. 4

12. Obliczyć długość łuku krzywej określonej parametrycznie przez funkcje $x = e^t - t$ i $y = 4e^{t/2}$ dla $t \in \langle 0; 2 \rangle$. 4