Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI)	Nr albumu	Kierunek studiów	Rok studiów	1.02.2016	A

EGZAMIN PISEMNY Z MATEMATYKI 1

1. Obliczyć $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7^n + 2\cdot 8^n + 3\cdot 9^n}{7^{3n} + 8^{2n} + 9^n}$. 4

2. Obliczyć całkę nieoznaczoną $\int x \sin x \, dx$. 4

3. Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^3 + 9x^2 + 48x - 52$ w przedziale $\langle -3; 10\rangle$. 4

4. Wyznaczyć równanie stycznej poprowadzonej w punkcie $(7, 2)$ do krzywej określonej przez równanie $y^3 - xy + 6 = 0$. 4

5. Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywą określoną parametrycznie za pomocą funkcji $x = \cos^3 t$ oraz $y = 2\sin^3 t$ dla $t \in \langle 0; 2\pi\rangle$. 5

6. Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A(1, 5)$, $B(4, 2)$ i $C(13, 11)$. (a) Wyznaczyć pole trójkąta ABC. (b) Wyznaczyć środek trójkąta ABC. (c) Korzystając z twierdzenia Pappusa, obliczyć objętość bryły powstałej w wyniku obrotu trójkąta ABC wokół prostej $x = 0$. 5

7. Zbadać zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n+2}} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{n^2}$. 4

8. Wyznaczyć przedziały wklęsłości, przedziały wypukłości oraz punkty przegięcia wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 4x^3$. 4

9. Wyznaczyć asymptoty wykresu funkcji $f(x) = \frac{7x^2+15x+1}{x+2}$. 4

10. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć granicę $\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x - \sin x}$. 4

11. Kamień, rzucony pionowo w dół z wysokiego klifu z prędkością 10 m/s, uderzył w wodę z prędkością 40 m/s. Z jakiej wysokości rzucono kamień? (Przyjąć, że $a = 10\, m/s^2$.) 5

12. Wpisać wartości następujących pochodnych: 3

1. $\frac{d}{dx}\int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2}\, dt = \boxed{}$; 3. $\frac{d}{dx}\int_0^{x} x^2 \sin t^2\, dt = \boxed{}$; 5. $\frac{d}{dx}\int_a^{x} \sin t^2\, dt = \boxed{}$;

2. $\frac{d}{da}\int_a^{b} \sin x^2\, dx = \boxed{}$; 4. $\frac{d}{dx}\int_{x^2}^{x^3} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} = \boxed{}$; 6. $\frac{d}{dx}\int_a^{b} \sin x^2\, dx = \boxed{}$.