Nazwisko i imię

Nr grupy (Styczeń 2010 A)

WSZYSTKIE ISTOTNE OBLICZENIA I ARGUMENTY MUSZĄ ZNALEŹĆ SIĘ NA TYCH KARTKACH.

1. Rozwiązać równanie $(3+j)x^2 + (1-j)x - 6j = 0$.

2. Wyznaczyć wszystkie pierwiastki wielomianu $\varphi(x) = x^4 + 4x^3 + 22x^2 - 60x + 533$, gdy jednym z nich jest $x = 2 - 3j$.

3. Za pomocą wzoru Cramera wyznaczyć x_3 z rozwiązania układu równań $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = -3, \\ x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 4. \end{cases}$

4. Wyznaczyć rozwiązanie $\mathbf{X}$ z równania $\mathbf{X} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 \\ -2 & 2 & 12 \end{bmatrix}$.

5. Dla jakich r układ wektorów $((-2,0,1),(1,0,-3),(-1,1,r))$ jest liniowo zależny?

6. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ takie, że $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ i $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$. (a) Obliczyć $T\left(\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}\right)$. (b) Obliczyć $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)$, $T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$ i $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right)$.

7. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$, gdzie $T(x,y,z,t) = (x-2y+z+t, 2x-5y+z+3t, x-3y+2t)$ dla $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$. (a) Wyznaczyć jądro $\operatorname{Ker} T$ i jego bazę. (b) Wyznaczyć bazę obrazu $\operatorname{Im} T$. (c) Czy wektor $(1,0,1)$ należy do $\operatorname{Im} T$?

8. Macierzą przekształcenia liniowego $T : R^2 \to R^2$ względem bazy kanonicznej E jest $[T]_E = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 10 & -8 \end{bmatrix}$. Wyznaczyć macierz $[T]_B$ względem bazy $B = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right)$. Obliczyć $T(T(\mathbf{v}))$, gdy $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$