Nazwisko i imię	Nr albumu	2000 A

1. Pierwiastki $z_1, \ldots, z_6$ równania $z^6+2z^3+2=0$ zapisać w postaci kanonicznej, trygonometrycznej i wykładniczej. Następnie obliczyć $A=z_1+\ldots+z_6$, $B=z_1z_2+z_1z_3+\ldots+z_1z_6+z_2z_3+\ldots+z_5z_6=\sum_{1\leqslant i<j\leqslant 6} z_iz_j$ i $C=z_1z_2\ldots z_6$.

2. Dana jest macierz $A=\begin{bmatrix}1&0&1&2\\3&4&1&2\\6&1&0&0\\0&1&2&1\end{bmatrix}$. (a) Obliczyć $\det A$. (b) Czy macierz A jest osobliwa? (c) Wyznaczyć A^{-1} (jeśli ona istnieje).

3. Dane są macierze $A=\begin{bmatrix}2&1&-1&-1&1\\1&-1&1&1&-2\\3&3&-3&-3&4\\4&5&-5&-5&7\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\0\\2\\3\end{bmatrix}$ i $\mathbf{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{bmatrix}$. (a) Znaleźć bazę przestrzeni $S=\{\mathbf{x}\in R^5 : A\mathbf{x}=\mathbf{0}\}$ rozwiązań układu $A\mathbf{x}=\mathbf{0}$. (b) Czy układ niejednorodny $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ ma rozwiązanie? (c) Wskazać jakiekolwiek rozwiązanie szczególne układu $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$. (d) Przedstawić rozwiązanie ogólne układu $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ jako sumę rozwiązania ogólnego układu $A\mathbf{x}=\mathbf{0}$ i twojego rozwiązania szczególnego układu $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$.

4. Dane jest przekształcenie $T: R^3\to R^3$, gdzie $T(x_1,x_2,x_3)=(-3x_1+5x_2-20x_3, 2x_1+8x_3, 2x_1+x_2+7x_3)$ dla $(x_1,x_2,x_3)\in R^3$. (a) Czy jest to przekształcenie liniowe? Dlaczego? (b) Napisać macierz A tego przekształcenia względem bazy kanonicznej przestrzeni R^3. (c) Znaleźć wartości własne przekształcenia T. (d) Znaleźć wektory własne przekształcenia T. (e) Znaleźć macierz C taką, że $D=C^{-1}AC$ jest macierzą diagonalną. (f) Znaleźć $A^4=CD^4C^{-1}$.

Część druga egzaminu

1. Obliczyć $(1+j)^{10}$

2. Ilokrotnym pierwiastkiem wielomianu $f(x)=x^4+(1-3j)x^3-3(1+j)x^2-(3-j)x+j$ jest liczba j?

3. Niech A bedzie macierzą kwadratową stopnia 3 i $\det A=2$. Wyznaczyć $\det(A^2)$, $\det(2A)$, $\det(A^T)$ i $\det(A^{-1})$.

4. Dane jest przekształcenie liniowe T przestrzeni V w przestrzeń W. Pokazać, że $\operatorname{Ker} T$ jest podprzestrzenią przestrzeni V.

5. Pokazać, ze wektory własne endomorfizmu $T: V\to V$ odpowiadające różnym wartościom własnym są liniowo niezależne.

6. Wymień podstawowe własności macierzy ortogonalnej i przekształcenia ortogonalnego.

7. Znaleźć bazę ortogonalną przestrzeni $L=L((2,3,0),(3,2,1),(6,4,2),(-2,2,-2))$.