Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI) | Nr albumu | 7.03.2014

EGZAMIN POPRAWKOWY ZE WSTĘPU DO MATEMATYKI

1. Dane są zbiory $A = \{x \in R\colon x^2 \leqslant 4\}$ i $B = \{y \in N\colon |y-1| \leqslant 2\}$. Wyznaczyć zbiór $((A \cap B) \times B) - (B \times (A \cap B))$. 3

2. Sprawdzić, czy $(A \cup B \cup C) - (A \cup B) = C$ dla każdych zbiorów A, B i C. Uzasadnić swoje stwierdzenie. 3

3. Indukcyjnie wykazać, że liczba $37^{4n} - 1$ jest podzielna przez 10 dla każdej liczby naturalnej n. 3

4. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{(p \vee q) \Rightarrow r}{\sim r \Rightarrow \sim p}$ jest regułą wnioskowania. Uzasadnić swoje stwierdzenie. 4

5. Korzystając z twierdzenia Cantora-Bernsteina, wykazać równoliczność zbiorów $\langle 0; \infty)$ i $(-\infty; \infty)$. 3

6. Niech R i S będą relacjami w zbiorze $A = \{1, 2, \ldots, 10\}$, gdzie $xRy \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 5k$ (dla pewnego $k \in Z$) i $xSy \Leftrightarrow x \cdot y \neq 6$. (a) Uzasadnić, że R jest relacją równoważności. (b) Uzasadnić, że S nie jest relacją równoważności. (c) Czy $R \cap S$ jest relacją równoważności? $\boxed{5}$

7. Wyznaczyć $\bigcup_{i \in N} A_i$ i $\bigcap_{i \in N} A_i$, gdy $A_i = \{i, i+1, \ldots\}$ dla $i \in N$. Uzasadnić swoje stwierdzenia. $\boxed{4}$

8. Wykazać, że dla funkcji $f\colon X \to Y$ oraz podzbiorów A_1 i A_2 zbioru X mamy $f(A_1) - f(A_2) \subseteq f(A_1 - A_2)$. Koniecznie podać przykład funkcji f oraz zbiorów A_1 i A_2 pokazujących, że może być $f(A_1) - f(A_2) \neq f(A_1 - A_2)$. $\boxed{4}$

9. Wyrażenie $p \wedge (q \vee r)$ zapisać za pomocą implikacji i negacji. Uzasadnić poprawność swojego stwierdzenia. $\boxed{3}$

10. Formułę $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$ zapisać za pomocą kreski Sheffera. Uzasadnić poprawność swojego stwierdzenia. $\boxed{3}$