Nazwisko i imię	Nr albumu	Kierunek studiów	Rok studiów	Data egzaminu	A

EGZAMIN ZE WSTĘPU DO MATEMATYKI

Prawdziwość każdego stwierdzenia zaznacz znakiem $\boxplus$, a jego fałszywość znakiem $\boxminus$. Brak odpowiedzi potraktujemy tak samo, jak błędną odpowiedź. Tam gdzie trzeba, przedstawić stosowny dowód.

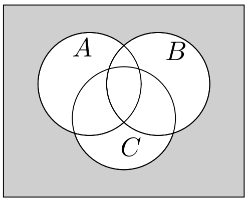
1. Jeśli $A = \{2, 10, 8, 4, 6\}$ i $B = \{3, 4, 6, 9, 10\}$, to spośród równości
   (1) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$,
   (2) $A \cap B = \{4, 6, 10\}$,
   (3) $A - B = \{2, 8, 6\}$
   prawdziwe są: (a) tylko (1) i (2) $\square$; (b) tylko (2) $\square$; (c) tylko (3) $\square$; (d) tylko (2) i (3) $\square$.

2. Dane są podzbiory A, B i C zbioru X, gdzie $C = A - B$. Wtedy: (a) $C \subseteq A$ $\square$; (b) $C \subseteq B$ $\square$; (c) $C \cap B = \emptyset$ $\square$; (d) $A \cap C \cap B' = \emptyset$ $\square$; (e) $A \cap B' \cap C = C$ $\square$.

3. Dane są zbiory $A = \{(x, y) \in R^2 \colon x^2 + y^2 = 17\}$ i $B = \{(x, y) \in R^2 \colon x + y = 5\}$. Wtedy zbiorem $A \cap B$ jest: (a) $\{4\}$ $\square$; (b) $\{1, 4\}$ $\square$; (c) $\{(1, 4)\}$ $\square$; (d) $\{(4, 1)\}$ $\square$; (e) $\{(1, 4), (4, 1)\}$ $\square$.

4. Zdanie $(p \vee \sim q \vee r) \wedge (\sim p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \sim q \vee \sim r)$ jest fałszywe, gdy:
   (a) p jest fałszywe, q fałszywe i r fałszywe $\square$;
   (b) p jest prawdziwe, q fałszywe i r fałszywe $\square$;
   (c) p jest prawdziwe, q prawdziwe i r fałszywe $\square$;
   (d) p jest prawdziwe, q prawdziwe i r prawdziwe $\square$.

5. Zaciemniona część diagramu Venna reprezentuje zbiór:
   (a) $(A' \cap B') \cup (B' \cap C') \cup (C' \cap A')$ $\square$;
   (b) $A' \cup B' \cup C'$ $\square$;
   (c) $A' \cap B' \cap C'$ $\square$;
   (d) $(A \cap B') \cup (B \cap C') \cup (C \cap A')$ $\square$;
   (e) $(A' \cap C') \cup (B' \cap C')$ $\square$.



6. Spośród tablic wartości logicznych

(1)

p	q	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

, (2)

p	q	$(p \Rightarrow (p \wedge q)) \vee ((p \wedge q) \Rightarrow p)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

i (3)

p	q	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

prawdziwe są: (a) (1), (2) i (3) $\square$; (b) tylko (2) $\square$; (c) tylko (1) i (2) $\square$; (d) tylko (1) i (3) $\square$.

7. Spośród 16 możliwych układów wartości logicznych zdań p, q, r i s, zdanie $(p \vee q) \Rightarrow (r \wedge s)$ jest prawdziwe dla dokładnie: (a) 6 układów $\square$; (b) 7 układów $\square$; (c) 8 układów $\square$; (d) 12 układów $\square$.

8. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow (\sim q),\ r \Rightarrow q,\ r}{\sim p}$ jest regułą wnioskowania. Uzasadnić swoje stwierdzenie.

9. Wykazać, że jeśli $\mathcal{A} = \{A_0, A_1, A_2, \ldots\}$ i $A_i = \{i, i+1, i+2, \ldots\}$ dla $i \in \mathbb{N}$, to $\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i = \mathbb{N}$ i $\bigcap_{i\in\mathbb{N}} A_i = \emptyset$.

10. Indukcyjnie wykazać, że liczba $10^{3n+1} + 3(-1)^n$ jest podzielna przez 13 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$.

11. Dane są funkcje $f, g\colon \mathbb{N}_+ \to \mathbb{N}_+$, gdzie $\{(1,2), (2,5), (3,5), (4,4), (5,3)\} \subseteq f$ i $g(x) = 2x$ dla każdego $x \in \mathbb{N}_+$. Wtedy: (a) g jest surjekcją $\boxed{}$; (b) g jest injekcją $\boxed{}$; (c) f jest injekcja $\boxed{}$; (d) $\exists_{x\in\mathbb{N}_+} f(x) = g(x)$ $\boxed{}$; (e) $\forall_{x\in\mathbb{N}_+} \exists_{y\in\mathbb{N}_+} f(x) < g(y)$ $\boxed{}$.

12. Dane są zbiory $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $C = \{x,y,z\}$ oraz relacje $R = \{(1,a), (2,d), (3,a), (3,b), (3,d)\}$ i $S = \{(b,x), (b,z), (c,y), (d,z)\}$. Wtedy:

(a) $S \circ R =$

(b) $R^{-1} \circ S^{-1} =$

(c) $R \circ R^{-1} =$

13. Wykazać, że dla funkcji $f\colon X \to Y$ oraz podzbiorów A_1 i A_2 zbioru X mamy $f(A_1) - f(A_2) \subseteq f(A_1 - A_2)$. Podać przykład funkcji f oraz zbiorów A_1 i A_2 pokazujących, że może być $f(A_1) - f(A_2) \neq f(A_1 - A_2)$.

14. Wykazać, że zbiór wszystkich parzystych liczb naturalnych $\{0, 2, 4, \ldots\}$ jest równoliczny ze zbiorem wszystkich nieparzystych liczb całkowitych $\{\ldots, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots\}$.