Nazwisko i imię	Nr albumu	ELEKTRONIKA, Zestaw C, 11 lutego 2005	Nr grupy

Wszystkie istotne obliczenia i argumenty muszą znaleźć się na tych kartkach.

1. [5] Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć najlepszą zależność postaci $y = ax + b$ pomiędzy współrzędnymi x_i oraz y_i punktów $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(3, 2)$ i $(8, 2)$.

2. [5] (*a*) Pokazać, że wektory $\mathbf{b}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b}_2 = (2, 5, 3)$ i $\mathbf{b}_3 = (1, 0, 10)$ tworzą bazę przestrzeni R^3. (*b*) Niech $T : R^3 \to R^2$ będzie przekształceniem liniowym takim, że $T(\mathbf{b}_1) = (1, 0)$, $T(\mathbf{b}_2) = (1, 1)$ i $T(\mathbf{b}_3) = (1, 2)$. Wyznaczyć $T(\mathbf{v})$, gdy $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$. (*c*) Wyznaczyć $\operatorname{Ker} T$ dla przekształcenia określonego w części (*b*).

3. [5] Niech $\mathbf{A}$ będzie macierzą przekształcenia liniowego $T: R^3 \to R^3$ względem bazy standardowej E przestrzeni R^3. Wyznaczyć macierz przekształcenia T względem bazy B, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ i $B = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$.

4. [5] (a) Wyznaczyć wartości własne i wektory własne macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. ($b$) Wskazać macierz $\mathbf{P}$ taką, że $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}$ jest macierzą diagonalną. (c) Obliczyć $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbf{A}^n$.

5. [5] Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania $y'' + 14y' + 49y = 2e^{-7x}$.

6. [5] Za pomocą transformaty Laplace'a wyznaczyć rozwiązanie $y(t)$ równania $y'' - 4y = 16\sin 2t$, dla którego $y(0) = 1$ i $y'(0) = -2$.

7. [5] W przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym dane są wektory $\mathbf{v}_1 = (1,1,1,1)$, $\mathbf{v}_2 = (8,-6,2,0)$ i $\mathbf{b} = (7,-6,4,-5)$. (a) Algorytmem Grama-Schmidta dokonać ortogonalizacji układu $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$. ($b$) Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $\mathbf{b}$ na podprzestrzeń $W = \mathcal{L}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$. ($c$) Wskazać macierz $\mathbf{A}$, której przestrzenią zerową jest przestrzeń $W = \mathcal{L}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$.