Nazwisko i imię	Nr albumu	ELEKTRONIKA, Zestaw A, 26 stycznia 2005	Nr grupy

Wszystkie istotne obliczenia i argumenty muszą znaleźć się na tych kartkach.

1. [5] Macierz $\mathbf{A}$ jest wierszowo równoważna macierzy $\mathbf{B}$, gdzie

$$\mathbf{A} = [\,\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_5] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 9 & 2 & 5 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Wyznaczyć rząd macierzy $\mathbf{A}$ i wymiary przestrzeni $R_{\mathbf{A}}$, $C_{\mathbf{A}}$ i $N_{\mathbf{A}}$. (b) Wskazać bazę przestrzeni wierszowej macierzy $\mathbf{A}$. (c) Wskazać bazę przestrzeni kolumnowej macierzy $\mathbf{A}$. (d) Wskazać bazę przestrzeni zerowej macierzy $\mathbf{A}$. (e) Wektor $\mathbf{v}_5$ przedstawić jako kombinację liniową wektorów $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_4$.

2. [5] (a) Wyznaczyć bazę ortonormalną przestrzeni $W = \mathcal{L}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$, gdzie $\mathbf{x}_1 = (-1,-1,1,1)$, $\mathbf{x}_2 = (1,1,1,1)$ i $\mathbf{x}_3 = (0,0,0,1)$. (b) Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $\mathbf{b} = (1,0,0,0)$ na podprzestrzeń W. (c) Wektor $\mathbf{b}$ przedstawić jako sumę wektorów z przestrzeni W i z przestrzeni $W^{\perp}$.

3. [5] (a) Wyznaczyć wartości własne i wektory własne macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 2/5 & 1/5 \end{bmatrix}$. ($b$) Wskazać macierz $\mathbf{P}$ taką, że $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ jest macierzą diagonalną. (c) Wyznaczyć $\mathbf{A}^n$ dla $n \in N$. (d) Obliczyć $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbf{A}^n$.

4. [3] Wyznaczyć wszystkie trzy rozwiązania równania $z^3 = (4 - j)^3$.

5. [5] Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon R^3 \to R^3$ takie, że $T(1,1,1) = (1,0,4)$, $T(1,0,-1) = (2,3,1)$ i $T(1,1,0) = (1,1,2)$. Wyznaczyć: (a) $T(1,2,3)$; (b) $T^{-1}(0,1,-2)$; (c) macierz $[T]_E$ przekształcenia T względem bazy kanonicznej E przestrzeni R^3.

6. [5] Za pomocą transformaty Laplace'a wyznaczyć rozwiązanie $y(t)$ równania $y''+5y'+6y = e^{-2t}$, dla którego $y(0) = y'(0) = 0$.

7. [4] Wyznaczyć takie rozwiązanie $y(t)$ równania $y'' - 4y = 20\sin 4t$, dla którego $y(0) = 1$ i $y'(0) = 0$.