

1. Korzystając z twierdzenia o trzech ciągach, obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^{-n} + 3^{-n} + 4^{-n}}$ .

2. Obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+5} \right)^{6n-4}$ .

3. Obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sqrt{1+3x}-1}$ .

4. Obliczyć  $f'(1)$ , gdy  $f(x) = \cos(\operatorname{arctg}(\ln x))$ .

5. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{\sin x - x}$ .

6. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4x^2+1}}$  na przedziale  $\langle -1; 2 \rangle$ .

7. Wyznaczyć wszystkie asymptoty wykresu funkcji  $f(x) = \frac{4x^3}{2x^2+x}$ .

8. Zbadać zbieżność szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2} 3^n$ .

---

9. Wyznaczyć promień i obszar zbieżności szeregu potęgowego  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$ .

---

10. Obliczyć całkę  $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx$ .

---

11. Obliczyć całkę  $\int x \sin x dx$ .

---

12. Obliczyć całkę niewłaściwą  $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ .

---

13. Obliczyć całkę niewłaściwą  $\int_0^1 \ln x dx$ .

---

14. Obliczyć pole  $P$  obszaru ograniczonego przez krzywe  $y = 3x + 2$  i  $y = 2x^2 - x + 2$ .

---

15. Znaleźć przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = x^3 \ln x$ .

---

16. Zbadać ekstremum lokalne funkcji  $f(x) = x^6 - 6x^4$ .

---

17. Znaleźć przedziały wklęsłości i wypukłości funkcji  $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$ .