

---

1. Obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5^n - 4^n}{6 \cdot 4^n - 5^n}$ .

---

2. Korzystając z twierdzenia o trzech ciągach, obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 \cdot 3^n + 2^n \sin^2 n}$ .

---

3. Obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+1} \right)^{4n+3}$ .

---

4. Napisać równanie stycznej i normalnej do wykresu funkcji  $f(x) = \sqrt{x} \cos(x-1)$  w punkcie  $(1, f(1))$ .

---

5. Zbadać monotoniczność funkcji  $f(x) = (x^2 - 1)/e^x$ .

---

6. Obliczyć  $f''(1)$ , gdy  $f(x) = \cos \ln x + \sin \ln x$ .

---

7. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala obliczyć  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$ .

---

8. Obliczyć całkę nieoznaczoną  $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$ .

---

9. Obliczyć całkę oznaczoną  $\int_0^1 \frac{1+2x}{4+x^2} \, dx$ .

---

10. Obliczyć pole obszaru  $D$  ograniczonego krzywymi  $y = 2x$  i  $y = 3 - x^2$ .

---

11. Pokazać, że funkcja  $f(x) = 2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$  jest stała w przedziale  $(1; \infty)$ . (Zwracać uwagę na znaki!)

---

12. Wykazać zbieżność bezwzględną szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos n}{n^2 + 1}$ .

---

13. Zbadać zbieżność szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} 3^n$ .

---

14. Sumę szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2 + 1}$  wyznaczyć z dokładnością do 0,1.

---

15. Wyznaczyć asymptoty wykresu funkcji  $f(x) = \frac{-x^2+7x}{x-3}$ .