Nazwisko i imię	Nr albumu	Algebra lin. 10/11 B

1. Rozwiązać równanie $x^2 + (1+6j)x + 5 + 15j = 0$.

2. Wyznaczyć pierwiastki stopnia trzeciego z liczby $(2+j)^6$.

3. Wyznaczyć wszystkie pierwiastki wielomianu $V(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 + 12x - 26$, jeśli $x_1 = 3 + 2j$ jest jednym z pierwiastków tego wielomianu.

4. Rozwiązać równanie macierzowe $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

5. Rozwiązać układ równań $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 + 3x_5 = 9 \\ 5x_1 + 8x_2 - 7x_3 + 6x_4 + x_5 = 4 \end{cases}$.

6. Za pomocą wzorów Cramera wyznaczyć niewiadomą x_4 z układu równań $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = -3, \\ 7x_1 - x_2 - 6x_4 = 3, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1; \end{cases}$.

7. Czy równanie $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ma rozwiązanie dla każdego $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^3$, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$?

8. Wyznaczyć bazy przestrzeni kolumnowej $C_{\mathbf{A}}$, wierszowej $R_{\mathbf{A}}$ i zerowej $N_{\mathbf{A}}$ macierzy $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 & 8 & 12 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 6 & 10 \end{bmatrix}$.

9. Przekształcenie liniowe $T\colon R^4 \to R^4$ jest takie, że $T(\mathbf{e}_1) = (1,3,1,5)$, $T(\mathbf{e}_2) = (2,5,1,13)$, $T(\mathbf{e}_3) = (1,2,\ 0,8)$ i $T(\mathbf{e}_4) = (2,6,3,12)$, gdzie $E = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4)$ jest bazą standardową przestrzeni R^4. Wyznaczyć: (a) $\operatorname{Ker} T$ i bazę tej podprzestrzeni; (b) $\operatorname{Im} T$ i $\dim \operatorname{Im} T$; (c) $[T]_E$ oraz $\det [T]_E$.