
1. Formalnie udowodnić, że dla każdych zbiorów A , B i C mamy $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.

2. Implikację $p \Rightarrow q$, koniunkcję $p \wedge q$, negację $\sim p$ oraz schemat zdaniowy $p \Rightarrow (\sim q \wedge r)$ zapisać za pomocą kreskę Sheffera | (oznaczanej też symbolem NAND).

3. Zbadać poprawność następującego rozumowania: *Gdybym był inteligentny, to studiowałbym matematykę. Lecz nie studiuję matematyki. Zatem nie jestem inteligentny.*

4. Przedstawić i udowodnić zasadę indukcji matematycznej.

5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $3^{3n} - 26n - 1$ jest podzielna przez 169 dla każdej liczby naturalnej n .

6. Wykazać, że funkcja $h: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ jest bijekcją, gdy $h(m, n) = 2^m(2n + 1) - 1$ dla $(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.



7. Dana jest funkcja $f: X \rightarrow Y$ oraz podzbiory A i B zbioru Y . Wykazać, że $f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B) = f^{-1}(A \cup B)$.



8. Wykazać, że $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = (0; 2)$ i $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n = \{1\}$ (lub wykazać, że jest inaczej), gdy $A_n = \langle \frac{1}{n+1}; 1 + \frac{1}{n+1} \rangle$ dla $n \in \mathbb{N}$.



9. Wykazać, że odcinek $(0; 1)$ nie jest przeliczalny.



10. Niech \sim będzie relacją w zbiorze \mathbb{Z} taką, że $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 3. (a) Wykazać, że \sim jest relacją równoważności w zbiorze \mathbb{Z} . (b) Wyznaczyć klasy abstrakcji liczb 0, 1 i 2 względem relacji \sim .

