Nazwisko i imię	Nr albumu	Nr grupy	**Wstęp 08/09 1A**

1. Wykazać, że dla zbiorów A, B, C i D mamy: jeśli $A \subseteq B$ i $C \subseteq D$, to $A - D \subseteq B - C$.

2. Alternatywę, koniunkcję oraz kreskę Sheffera $|$ (oznaczaną też symbolem NAND) zdefiniować za pomocą negacji i implikacji.

3. Zbadać, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow (q \Rightarrow r)}{(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)}$ jest regułą wnioskowania.

4. Przedstawić i udowodnić zasadę indukcji matematycznej.

5. Dany jest ciąg (x_n), w którym $x_0 = \sqrt{2}$ i $x_n = \sqrt{x_{n-1} + 1}$ dla $n \geqslant 1$. Indukcyjnie wykazać, że: (1) $x_n < 2$ dla $n \in \mathbb{N}$; (2) $x_n < x_{n+1}$ dla $n \in \mathbb{N}$.

6. Udowodnić, że jeśli $f\colon X \to Y$ i $g\colon Y \to Z$ są funkcjami, to: (1) $g \circ f$ jest injekcją, gdy f i g są injekcjami; (2) $g \circ f$ jest surjekcją, gdy f i g są surjekcjami.

7. Dana jest funkcja $f\colon X \to Y$ oraz podzbiory A i B zbioru X. Wykazać, że $f(A) - f(B) \subseteq f(A - B)$. Przedstawić stosowne przykłady.

8. Wyznaczyć sumę $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$ i iloczyn $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$ rodziny zbiorów $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, gdzie $A_n = \{x \in \mathbb{R}\colon n \leqslant x\}$ dla $n \in \mathbb{N}$.

9. Wskazać przykład funkcji ustalającej równoliczność zbiorów $\langle 0; 1)$ i $(0; 1)$. Uzasadnić swoje stwierdzenia.

10. Uzasadnić, że funkcja $h\colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, gdzie $h(m, n) = 2^m(2n + 1) - 1$, ustala równoliczność zbiorów $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ i $\mathbb{N}$.