

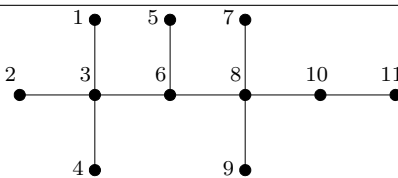
1. Indukcyjnie wykazać, że  $8 \mid 9 \cdot 13^n - 4n^2 - 1$  dla  $n \in \mathbb{N}$ .

2. Wykazać, że  $\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2$  dla  $n \in \mathbb{N}$ .

3. Rozwiązać równanie  $72x \equiv 144 \pmod{156}$ .

4. Wyznaczyć wartość liczby  $\varphi(2700)$ .

5. Wyznaczyć kod Prüfera podanego drzewa  $T$ :



6. Wyznaczyć drzewo  $T$ , którego kodem Prüfera jest ciąg  $(1, 2, 7, 7, 9, 6, 6, 11, 1, 4)$ .

1 ●      2 ●      3 ●      4 ●

5 ●      6 ●      7 ●      8 ●

9 ●      10 ●      11 ●      12 ●

---

7. Ile jest liczb w zbiorze  $\{1, 2, \dots, 1000\}$ , które nie są podzielne ani przez 3, ani przez 5?

---

8. Alicja i Bob posługują się kodem  $(r, s) = (19 \cdot 41, 7)$ . Wyznaczyć liczbę  $L$ , której kodem jest  $C = 571$ .

---

9. Wskazać przykład grafu  $G$  mającego 8 wierzchołków i takiego, że: (a)  $G$  jest eulerowski i hamiltonowski jednocześnie; (b)  $G$  jest eulerowski i nie jest hamiltonowski; (c)  $G$  jest hamiltonowski i nie jest eulerowski. Uzasadnić swoje stwierdzenia.

---

10. Dany jest ciąg rekurencyjny  $(a_n)$ , w którym  $a_0 = 3$ ,  $a_1 = 4$  i  $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$  dla  $n \geq 2$ . Na dwa sposoby wyznaczyć wzór na  $a_n$  korzystając z: (a) równania charakterystycznego; (b) funkcji tworzącej.

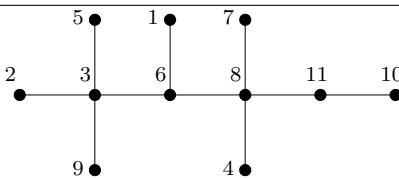
1. Indukcyjnie wykazać, że  $16 \mid 19 \cdot 9^n - 8n - 3$  dla  $n \in \mathbb{N}$ .

2. Wykazać, że  $\binom{n}{2} + \binom{n+1}{2} = n^2$  dla  $n \in \mathbb{N}$ .

3. Rozwiązać równanie  $176x \equiv 236 \pmod{324}$ .

4. Wyznaczyć wartość liczby  $\varphi(2430)$ .

5. Wyznaczyć kod Prüfera podanego drzewa  $T$ :



6. Wyznaczyć drzewo  $T$ , którego kodem Prüfera jest ciąg  $(1, 3, 4, 7, 9, 9, 6, 12, 2, 5)$ .

1 ●      2 ●      3 ●      4 ●

5 ●      6 ●      7 ●      8 ●

9 ●      10 ●      11 ●      12 ●

---

7. Ile jest liczb w zbiorze  $\{1, 2, \dots, 1000\}$ , które nie są podzielne ani przez 5, ani przez 11?

---

8. Alicja i Bob posługują się kodem  $(r, s) = (17 \cdot 37, 5)$ . Wyznaczyć liczbę  $L$ , której kodem jest  $C = 533$ .

---

9. Wskazać przykład grafu  $G$  mającego 8 wierzchołków i takiego, że: (a)  $G$  jest eulerowski i hamiltonowski jednocześnie; (b)  $G$  jest eulerowski i nie jest hamiltonowski; (c)  $G$  jest hamiltonowski i nie jest eulerowski. Uzasadnić swoje stwierdzenia.

---

10. Dany jest ciąg rekurencyjny  $(a_n)$ , w którym  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$  i  $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$  dla  $n \geq 2$ . Na dwa sposoby wyznaczyć wzór na  $a_n$  korzystając z: (a) równania charakterystycznego; (b) funkcji tworzącej.