Nazwisko i imię	Nr albumu	Matematyka dyskretna PWSZ 2015/16

1. Indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 5 \cdot 6^n + 8 \cdot 32^n$ jest podzielna przez 13 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$. $\boxed{5}$

2. Wyznaczyć wszystkie całkowite rozwiązania równania $17x + 13y = 100$. $\boxed{4}$

3. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n), w którym $a_0 = 0$, $a_1 = -5$ i $a_n = -3a_{n-1} + 28a_{n-2} + 48$ dla $n \geqslant 2$. Wyznaczyć jawny wzór na n-ty wyraz ciągu. $\boxed{5}$

4. Rozwiązać równanie $24x \equiv 33 \pmod{81}$. $\boxed{5}$

5. Obliczyć $\varphi(100)$ i następnie, koniecznie korzystając z twierdzenia Eulera, obliczyć $47^{2016} \pmod{100}$. $\boxed{5}$

6. Korzystając z szyfru liniowego $c(x) = 17x + 5 \pmod{26}$: a) zaszyfrować tekst: it has started; b) deszyfrować: PJP (zaszyfrowane podanym szyfrem). [Alfabet łaciński A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z kodujemy kolejno liczbami z $Z_{26} = \{0, 1, \ldots, 25\}$.] $\boxed{5}$

7. Dane są liczby całkowite a, b i x takie, że $a|bx$. Wykazać, że jeśli a i b są względnie pierwsze, to $a|x$. $\boxed{4}$

8. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n), w którym $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ i $a_n + a_{n-1} - 6a_{n-2} = 20$ dla $n \geqslant 2$. Za pomocą funkcji tworzącej wyznaczyć jawny wzór na n-ty wyraz ciągu. $\boxed{6}$

9. Wyznaczyć liczbę całkowitych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 100$ takich, że: (a) $x_1 \geqslant 0$, $x_2 \geqslant 0$, $x_3 \geqslant 0$, $x_4 \geqslant 0$, $x_5 \geqslant 0$, $x_6 \geqslant 0$; (b) $0 \leqslant x_1 < 5$, $x_2 \geqslant 0$, $x_3 \geqslant 0$, $x_4 \geqslant 0$, $x_5 \geqslant 0$, $x_6 \geqslant 0$; (c) $x_1 \geqslant -1$, $x_2 \geqslant 0$, $x_3 \geqslant 1$, $x_4 \geqslant 2$, $x_5 \geqslant 3$, $x_6 \geqslant 4$. $\boxed{5}$

10. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (143, 7)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 11 \cdot 13$). Bolek od Alicji otrzymał informację L, której kodem jest $C = 111$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L. $\boxed{6}$