

1. Dane są liczby całkowite a , b i x takie, że $a|bx$. Wykazać, że jeśli a i b są względnie pierwsze, to $a|x$.

5

2. Zbadać pierwszośc liczb: $2^{20} + 1$, $997^2 + 13^2$ i $2016^7 - 1$. Uzasadnić swoje stwierdzenia.

3

3. Wyznaczyć wszystkie całkowite rozwiązania równania $17x + 13y = 100$.

2

4. Czy rodzina $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_5\}$ posiada transwersalę, gdy $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{1, 2, 4\}$, $A_3 = \{1, 2, 5\}$, $A_4 = \{3, 4, 5, 6\}$, $A_5 = \{3, 4\}$? Przedstawić uzasadnienie.

2

5. Rozwiązać równanie $24x \equiv 33 \pmod{81}$.

5

6. Obliczyć $\varphi(100)$ i następnie obliczyć $7^{777} \pmod{100}$.

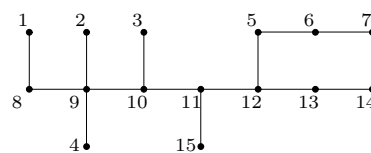
5

7. Korzystając z szyfru liniowego $c(x) = 17x + 5 \pmod{26}$: a) zaszyfrować tekst: it has started; b) deszyfrować: PJP (zaszyfrowane podanym szyfrem).

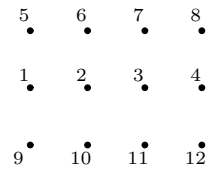
5

8. Wyznaczyć kod Prüfera podanego drzewa T :

2



9. Wyznaczyć drzewo T , którego kodem Prüfera jest ciąg $C(T) = (12, 1, 7, 6, 2, 1, 2, 10, 3, 12)$.



3

10. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n) , w którym $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ i $a_n + a_{n-1} - 6a_{n-2} = 20$ dla $n \geq 2$. Za pomocą funkcji tworzącej wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu.

10

11. Wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) , w którym $a_0 = 3$, $a_1 = 3$, $a_2 = 29$ i $a_n = 3a_{n-1} + 10a_{n-2} - 24a_{n-3}$ dla $n \geq 3$.

10

12. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (143, 7)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 11 \cdot 13$). Bolek od Alicji otrzymał informację L , której kodem jest $C = 111$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L .

10

13. Wielomianem chromatycznym grafu G jest $P_G(k) = k^5 - 6k^4 + 10k^3 - 21k^2 + 10k$. Wyznaczyć $\chi(G)$.

3

14. Narysować drzewo wyrażenia algebraicznego $(7+x) + ((3-x) \cdot (2+y))$. Następnie to wyrażenie zapisać w postaci postfiksowej.

5