

1. Niech a , b i c będą dodatnimi liczbami naturalnymi. Wykazać, że jeśli $c|a$ i $c|b$, to $c|(a, b)$, gdzie (a, b) jest największym wspólnym dzielnikiem liczb a i b .

4

2. Zbadać pierwszość liczb $2014^3 + 19^2$ i $2014^3 + 64$.

4

3. Wykazać, że w każdym grafie o n wierzchołkach ($n \geq 2$) istnieją co najmniej dwa wierzchołki tego samego stopnia.

4

4. Rozwiązać równanie $140x \equiv 139 \pmod{509}$, czyli rozwiązać równanie $140x = 139$ w \mathbb{Z}_{509} .

4

5. Za pomocą algorytmu szybkiego potęgowania (lub w inny sposób) obliczyć $103^{103} \pmod{55}$.

4

6. Wielomianem chromatycznym grafu G jest wielomian $P_G(x) = x^6 - 10x^5 + 38x^4 - 68x^3 + 57x^2 - 18x$. Wyznaczyć liczbę chromatyczną $\chi(G)$ grafu G .

4

7. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n) , w którym $a_0 = 3$, $a_1 = 4$ i $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2$ dla $n \geq 2$. Za pomocą funkcji tworzącej wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu.

6

8. Wykazać, że jeśli graf G ma n wierzchołków ($n \geq 3$) i $d_G(x) + d_G(y) \geq n$ dla każdych dwóch niesąsiednich wierzchołków x i y , to G jest grafem Hamiltona.

8

9. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (1189, 11)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 29 \cdot 41$). Bolek od Alicji otrzymał informację L , której kodem jest $C = 387$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L .

6

10. Wykazać, że w każdym grafie liczba wierzchołków nieparzystego stopnia jest parzysta.

4

11. Wyznaczyć drzewo T , którego kodem Prüfera jest ciąg $C(T) = (6, 1, 2, 2, 1, 8, 4, 3, 4, 4)$.

2

