
1. Wykazać, że liczb pierwszych jest nieskończenie wiele.

4

2. Zbadać pierwszośc liczb $2014^3 + 53$ i $2014^3 + 997^3$.

4

3. Wykazać, że w każdym grafie liczba wierzchołków nieparzystego stopnia jest parzysta.

4

4. Rozwiązać równanie $140x \equiv 5 \pmod{709}$, czyli rozwiązać równanie $140x = 5$ w \mathbb{Z}_{709} .

4

5. Za pomocą algorytmu szybkiego potęgowania obliczyć $109^{214} \pmod{97}$.

4

6. Wielomianem chromatycznym grafu G jest wielomian $P_G(x) = x^5 - 9x^4 + 29x^3 - 39x^2 + 18x$. Wyznaczyć liczbę chromatyczną $\chi(G)$.

4

7. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n) , w którym $a_0 = 2$, $a_1 = 5$ i $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2$ dla $n \geq 2$. Za pomocą funkcji tworzącej wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu.

6

8. Wykazać, że jeśli graf G ma n wierzchołków ($n \geq 3$) i $d_G(x) + d_G(y) \geq n$ dla każdych dwóch niesąsiednich wierzchołków x i y , to G jest grafem Hamiltona.

8

9. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (1189, 11)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 29 \cdot 41$). Bolek od Alicji otrzymał informację L , której kodem jest $C = 966$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L .

6

10. Dana jest rodzina $\mathcal{A} = (A_1, A_2, \dots, A_{10})$, gdzie $A_1 = \{1, 3, 5\}$, $A_2 = \{2, 4, 6\}$, $A_3 = \{1, 3, 5\}$, $A_4 = \{3, 5\}$, $A_5 = \{3, 5\}$, $A_6 = \{2, 4, 5, 6, 7\}$, $A_7 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $A_8 = \{7, 8\}$, $A_9 = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ i $A_{10} = \{1, 3, 8, 9, 10\}$. Czy ta rodzina posiada transwersalę? Dlaczego?

4

11. Wyznaczyć drzewo T , którego kodem Prüfera jest ciąg $C(T) = (6, 1, 2, 2, 7, 8, 4, 3, 4, 4)$.

2

