Nazwisko i imię | Nr albumu | Egzamin 30.01.2008

1. Wyznaczyć liczbę całkowitoliczbowych rozwiązań $(x_1, \ldots, x_7)$ równania $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 = 17$ i spełniających nierówności $x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 \geqslant 1, x_4 \geqslant 2, x_5 \geqslant 0, x_6 \geqslant 0, x_7 \geqslant 3$.

2. Wykazać, że $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \ldots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$ dla $n \in \mathbb{N}$ i $n \geqslant 1$.

3. Rozwiązać równanie $7x \equiv 13 \pmod{19}$.

4. Liczbę 469 zapisać w systemie dwójkowym i ósemkowym.

5. Obliczyć resztę z dzielenia liczby 12! przez 13.

6. Rozwiązać równanie rekurencyjne $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$, gdy $a_0 = a_1 = 1$.

7. Wyznaczyć najmniejsze dodatnie rozwiązanie układu równań $\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{13}, \\ x \equiv 3 \pmod{21}. \end{cases}$

8. Wyznaczyć wartość liczby $\varphi(90)$. Następnie korzystając z twierdzenia Eulera obliczyć resztę z dzielenia liczby 77^{24} przez 90.

9. Obliczyć resztę z dzielenia liczby 2^{1000} przez 77.

10. Czy schemat $\dfrac{(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \wedge \sim r)}{p \Rightarrow q}$ jest regułą wnioskowania? Uzasadnić swoje stwierdzenie.

11. Publicznym kodem Bolka jest para $(r, s) = (1003, 5)$ (i tylko on wie, że $r = pq = 1003 = 17 \cdot 59$). Od znajomej osoby Bolek otrzymał informację L, której kodem jest $C = 179$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L.