Nazwisko i imię	Nr albumu	Kierunek studiów	Rok studiów	Data egzaminu	C

EGZAMIN PISEMNY Z ALGEBRY LINIOWEJ

1. Rozwiązać równanie kwadratowe $x^2 + (2+2j)x + 27 + 38j = 0$.

2. Niech $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ i $\mathbf{z}$ będą wektorami z przestrzeni Euklidesa, takimi że $(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = -3$, $(\mathbf{x}|\mathbf{z}) = 4$, $(\mathbf{y}|\mathbf{z}) = 5$, $\|\mathbf{x}\| = 2$, $\|\mathbf{y}\| = 3$ i $\|\mathbf{z}\| = 4$. Obliczyć: (a) $(\mathbf{x}+\mathbf{y}|\mathbf{y}-\mathbf{z})$; (b) $(\mathbf{x}-\mathbf{y}|\mathbf{x}+\mathbf{y})$; (c) $\|\mathbf{x}+\mathbf{y}+\mathbf{z}\|$; (d) $\measuredangle(\mathbf{x}+\mathbf{y},\mathbf{z})$.

3. Wyznaczyć bazę B przestrzeni kolumnowej $C_{\mathbf{A}}$ oraz bazę C przestrzeni zerowej $N_{\mathbf{A}}$ macierzy $\mathbf{A}$, gdzie $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & 5 & -2 & -10 \\ 2 & 4 & 3 & 6 & 3 & 10 \end{bmatrix}$. Wyznaczyć też współrzędne wektora $\mathbf{x} = (15, 5, 25)$ względem bazy B przestrzeni $C_{\mathbf{A}}$.

4. Wyznaczyć macierz $\mathbf{X}$, taką że $5\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}$, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $\quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

5. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon R^3 \to R^3$, takie że $T(1,1,2) = (1,2,3)$, $T(1,2,1) = (3,4,1)$ i $T(2,1,1) = (2,2,-2)$. Wyznaczyć $T(x,y,z)$ dla $(x,y,z) \in R^3$. Dodatkowo wyznaczyć $T(3,3,3)$.

6. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon R^3 \to R^3$, takie że $T(x,y,z) = (x+y+z, x-2z, x-y-z)$. Wyznaczyć macierz $[T]_B$ przekształcenia liniowego T względem bazy $B = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ przestrzeni R^3, gdzie $\mathbf{b}_1 = (1,1,1)$, $\mathbf{b}_2 = (1,1,0)$, $\mathbf{b}_3 = (1,0,0)$. Wyznać też $\operatorname{Ker} T$ i $\operatorname{Im} T$.

7. Znaleźć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 + x_2 = 1, \\ 2x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$

8. Wyznaczyć prostą $y = ax + b$, która najlepiej pasuje do punktów $(1,1)$, $(2,4)$, $(4,3)$, $(5,1)$, $(6,2)$.