

Wszędzie przedstawić niezbędne obliczenia

1. Prosta $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$ przecina płaszczyznę $2x + 3y - z = 2$ w punkcie A . Obliczyć odległość punktu A od prostej $\frac{x-2}{2} = y+7 = \frac{z}{0}$.

5

2. Rozwiązać równanie $\mathbf{X} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

5

3. Za pomocą wzorów Cramera rozwiązać układ równań
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

5

4. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego $2xyy' = 4x^2 + 3y^2$, które jednocześnie jest równaniem jednorodnym zmiennej y/x i równaniem Bernoulliego.

5

5. Wyznaczyć rozwiązanie równania różniczkowego $y'' - 8y' + 15y = 16e^{3x}$ spełniające warunki początkowe $y(0) = 3$ i $y'(0) = -9$.

5

6. Za pomocą transformaty Laplace'a z równania $y' + 3y = 18x + 9$ wyznaczyć rozwiązanie $y = y(x)$ takie, że $y(0) = 3$.

5

7. Zbadać ekstremum funkcji $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$.

5

8. Za pomocą całki podwójnej (lub potrójnej) wyznaczyć objętość bryły ograniczonej przez walec $x^2 + y^2 = 1$, paraboloidę $z = x^2 + y^2$ i płaszczyznę $z = 0$.

5

9. Korzystając z twierdzenia Greena, obliczyć $\oint_C xy dx + x dy$, gdzie C jest brzegiem trójkąta o wierzchołkach w punktach $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ i $C(1, 2)$ skierowanym dodatnio względem wnętrza ograniczanego obszaru.

5

10. Korzystając z twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego, obliczyć całkę powierzchniową $\iint_S x dydz + y dx dz + z dx dy$, gdzie S jest zorientowaną na zewnątrz powierzchnią bryły ograniczonej przez walec $x^2 + y^2 = 9$ oraz płaszczyzny $z = 1$ i $z = 6$.

5