

Wszędzie przedstawić niezbędne obliczenia

1. Wyznaczyć równanie płaszczyzny Π przechodzącej przez punkt $A(1, 2, 3)$ i prostą $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-8} = \frac{z-5}{-3}$. Następnie wyznaczyć odległość punktu $B(3, 2, 1)$ od płaszczyzny Π . 5

2. Rozwiązać równanie $\mathbf{B}\mathbf{X}\mathbf{A} = 10\mathbf{B}^T$, w którym $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$. 5

3. Rozwiązać sprzeczny układ równań
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 3, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$$
 5

4. Wyznaczyć prostą $y = ax + b$, która (w sensie metody najmniejszych kwadratów) najlepiej pasuje do punktów $(1, 4)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$ i $(5, 3)$. 5

5. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego $y'' + 6y' + 10y = 39 \sin x$. 5

6. Za pomocą transformaty Laplace'a wyznaczyć rozwiązanie $y = y(x)$ takie, że $3y' - 2y = 60e^{-x} + 30$ i $y(0) = 0$.

5

7. Zbadać ekstremum funkcji $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$.

5

8. Za pomocą całki podwójnej wyznaczyć objętość bryły ograniczonej przez walec $x^2 + y^2 = 4$ i płaszczyzny $z = 5 - x$ oraz $z = 0$.

5

9. Korzystając z twierdzenia Greena, obliczyć $\oint_C \ln(1+y) dx - \frac{xy}{1+y} dy$, gdzie C jest okręgiem $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ skierowanym ujemnie względem wnętrza ograniczanego obszaru.

5

10. Korzystając z twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego, obliczyć całkę powierzchniową $\iint_S x^3 dydz + y^3 dx dz + z^2 dx dy$, gdzie S jest zorientowaną na zewnątrz powierzchnią bryły ograniczonej przez walec $x^2 + y^2 = 9$ oraz płaszczyzny $z = 0$ i $z = 2$. (Przy obliczaniu całki potrójnej skorzystać ze współrzędnych walcowych.)

5