

Wszędzie przedstawić niezbędne obliczenia

1. Zbadać zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n-1}\right)^{n^2}$.

4

2. Korzystając z pochodnej funkcji uwikłanej, wyznaczyć styczną do krzywej $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$ w punkcie $P(0, 1/2)$.

4

3. Dana jest rodzina wszystkich prostokątów o polu 16 cm^2 . Który z tych prostokątów ma najmniejszy obwód?

4

4. Zbadać ekstremum funkcji $f(x) = 3x^4 - 4x^3$.

3

5. Wyznaczyć wszystkie asymptoty wykresu funkcji $f(x) = \frac{4x^3+1}{x^2-1}$.

3

6. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\text{tg}(\pi x/2)}{\ln(1-x)}$.

2

7. Obliczyć $\int x \sin x \, dx$. Przedstawić obliczenia.

4

8. Wyznaczyć A , B i C takie, że $\frac{1-3x}{(1+x^2)(1+2x)} = \frac{Ax+B}{1+x^2} + \frac{C}{1+2x}$. Następnie obliczyć $\int \frac{1-3x}{(1+x^2)(1+2x)} \, dx$.

5

9. Obliczyć długość łuku krzywej określonej parametrycznie funkcjami $x = 4t^6$, $y = 6t^4$, $t \in \langle 0; 1 \rangle$.

5

10. Funkcję $\frac{3}{x^2 - x - 2}$ przedstawić w postaci sumy ułamków prostych i następnie zapisać ją w postaci szeregu potęg zmiennej x oraz określić przedział zbieżności otrzymanego szeregu.

4

11. Liczbę zespoloną $\left(\frac{1+j}{1-j}\right)^{10}$ zapisać w postaci kanonicznej, czyli w postaci $a + jb$, gdzie $a, b \in R$.

2