

Wszędzie przedstawić niezbędne obliczenia

1. Zbadać zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n-1}\right)^n$.

4

2. Korzystając z pochodnej funkcji uwikłanej, wyznaczyć styczną do krzywej $x^2 + xy + y^2 = 3$ w punkcie $P(1, 1)$.

4

3. Spośród wszystkich prostokątów o obwodzie $4d$ wyznaczyć ten, który ma największe pole. Podać jego wymiary.

4

4. Zbadać ekstremum funkcji $f(x) = x^3(x-1)^2$.

3

5. Wyznaczyć wszystkie asymptoty wykresu funkcji $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

3

6. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + x^{-1}}{\operatorname{ctg} x}$.

2

7. Obliczyć $\int x^2 \ln x \, dx$. Przedstawić obliczenia.

4

8. Wyznaczyć A , B i C takie, że $\frac{x^2-3x-4}{(x^2+2)(x-2)} = \frac{Ax+B}{x^2+2} + \frac{C}{x-2}$. Następnie obliczyć $\int \frac{x^2-3x-4}{(x^2+2)(x-2)} dx$.

5

9. Obliczyć długość łuku krzywej określonej parametrycznie funkcjami $x = \cos^2 t$, $y = \sin^2 t$, $t \in \langle 0; \pi \rangle$.

5

10. Funkcję $\frac{x+5}{x^2+x-2}$ przedstawić w postaci sumy ułamków prostych i następnie zapisać ją w postaci szeregu potęg zmiennej x oraz określić przedział zbieżności otrzymanego szeregu.

4

11. Liczbę zespoloną $\frac{1}{j^3(4+3j)}$ zapisać w postaci kanonicznej, czyli w postaci $a + jb$, gdzie $a, b \in R$.

2