

1. Wykazać złożoność liczby $2^{51} + 1$ (czyli wykazać, że $2^{51} + 1$ nie jest liczbą pierwszą).

3

2. Za pomocą kongruencji wykazać, że liczba $5 \cdot 6^n + 8 \cdot 32^n$ jest podzielna przez 13 dla każdej liczby naturalnej n .

3

3. Wykazać, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 60$ istnieją liczby naturalne x i y takie, że $n = 7x + 11y$.

3

4. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n) , w którym $a_0 = 1$, $a_1 = 4$ i $a_n - 7a_{n-1} + 12a_{n-2} = 0$ dla $n \geq 2$. Za pomocą funkcji tworzącej wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu.

5

5. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n) , w którym $a_0 = 0$, $a_1 = -5$ i $a_n = -3a_{n-1} + 28a_{n-2} + 48$ dla $n \geq 2$. Wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu.

5

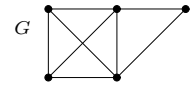
6. Rozwiązać równanie $20x \equiv 101 \pmod{637}$.

4

7. (a) Za pomocą algorytmu rosyjskich chłopów obliczyć iloczyn liczb 543 i 37. (b) Za pomocą algorytmu szybkiego potęgowania obliczyć $201^{19} \pmod{97}$. W obu przypadkach przedstawić swoje obliczenia.

4

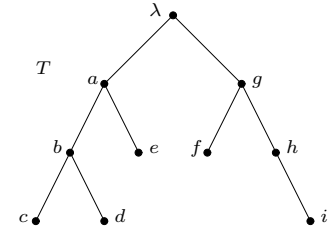
8. Wyznaczyć wielomian chromatyczny $P_G(k)$ podanego grafu G . Obliczyć $P_G(3)$ i $P_G(4)$.



3

9. Dane jest drzewo T . Wypisać etykiety kolejno przeszukiwanych wierzchołków przy przeszukiwaniu tego drzewa metodą preorder, inorder i postorder.

Preorder:
Inorder:
Postorder



3

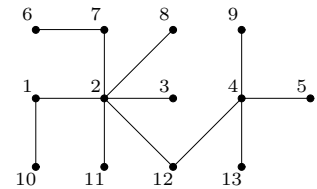
10. Wyznaczyć $\varphi(105)$ i, następnie, korzystając z twierdzenia Eulera, obliczyć $2014^{966} \pmod{105}$. Przedstawić swoje obliczenia.

3

11. Podać przykład grafu, który: (a) jest grafem Eulera i grafem Hamiltona; (b) jest grafem Eulera i nie jest grafem Hamiltona; (c) nie jest grafem Eulera i jest grafem Hamiltona.

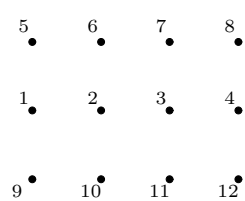
3

12. Podać kod Prüfera $C(T)$ podanego drzewa T .
 $C(T) =$



3

13. Wyznaczyć drzewo T , którego kodem Prüfera jest ciąg $C(T) = (2, 2, 2, 6, 7, 3, 11, 3, 8, 4)$.



3

14. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (667, 9)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 23 \cdot 29$). Bolek od Alicji otrzymał kod $C = 543$ liczby L . W roli Bolka wyznaczyć liczbę L .

5