Nazwisko i imię | Nr albumu | 2008 D

1. Rozwiązać równanie kwadratowe $x^2 + (-3 + 5j)x - 4 - 7j = 0$.

2. Wyznaczyć wszystkie liczby z, dla których $z^4 = (1 + 2j)^8$.

3. Znaleźć macierz przekształcenia liniowego $T\colon R^2 \to R^3$, $T(x, y) = (2x + y, x + y, x - 3y)$, względem bazy $B = \big((1, 0), (0, 1)\big)$ przestrzeni R^2 i bazy $C = \big((1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\big)$ przestrzeni R^3.

4. Wyznaczyć macierz $\mathbf{P}$ taką, że macierz $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP}$ jest diagonalna i wyznaczyć $\mathbf{A}^n$, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$.

5. Przekształcenie liniowe $T\colon R^4 \to R^4$ określone jest wzorem $T(x, y, z, t) = (x + 3y + 2z + 3t, y - z + 2t, 2x + 5y + 5z + 5t, x + 4y + z + 4t)$. Wyznaczyć bazy i wymiary przestrzeni $\operatorname{Ker} T$ i $\operatorname{Im} T$.

6. Wyznaczyć rzut wektora $\mathbf{b} = (-1, 2, 6)$ na podprzestrzeń $W = \mathcal{L}\left((3, -1, 2), (1, -1, -2)\right)$.

7. Znaleźć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$.

8. Rozwiązać równanie macierzowe $\mathbf{X} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 \\ -2 & 2 & 12 \end{bmatrix}$.

9. Rozwiązać równanie różniczkowe $y'' + y' = xe^{-x}$.

10. Przy pomocy transformaty Laplace'a rozwiązać układ równań $\begin{cases} x' & = & y \\ y' & = & -x \end{cases}$, dla którego $x(0) = 1$ i $y(0) = 3$.