| Nazwisko i imię | Nr albumu | 2007/08 A |
|---|---|---|

1. Rozwiązać równanie $x^2 - (24 - j)x + 156 - 12j = 0$.

2. Rozwiązać równanie $z^6 = (\overline{z})^6$ korzystając z postaci wykładniczej liczby zespolonej.

3. Dana jest macierz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Wykazać, że $\mathbf{A}^n = \begin{bmatrix} (n+1)2^n & -n2^{n+1} \\ n2^{n-1} & (1-n)2^n \end{bmatrix}$ dla $n \in N$.

4. Wyznaczyć $\mathbf{A}^{-1}$, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$.

5. Przy pomocy wzorów Cramera wyznaczyć $x_3$ z układu $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 16 \\ 14 \\ 1 \end{bmatrix}$.

6. Pokazać, że $S = \{\mathbf{A} \in R_{3\times 3} \colon \mathbf{A} + \mathbf{A}^T = \mathbf{0}\}$ jest podprzestrzenią przestrzeni $R_{3\times 3}$. Wskazać $\dim S$.

7. Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni $W$ generowanej przez wektory $\mathbf{b}_1 = (1, 0, 1, -1)$, $\mathbf{b}_2 = (2, 1, 1, 0)$, $\mathbf{b}_3 = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{b}_4 = (1, 2, 3, 4)$, $\mathbf{b}_5 = (0, 1, 2, 3)$. Czy wektor $\mathbf{x} = (1, -2, 3, -4)$ należy do $W$?

8. Macierzą przekształcenia liniowego $T \colon R^3 \to R^3$ względem bazy $B = \big((1, 2, 3), (2, 3, 1), (4, 5, 2)\big)$ jest $[T]_B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$. Wyznaczyć macierze $[T]_C$, gdy $C = \big((1, 2, 3),\ (0, 1, 2), (0, 0, 1)\big)$.

9. Wyznaczyć odległość pomiędzy wektorem $\mathbf{b}$ i podprzestrzenią $W$, gdy $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 29 \\ 1 \end{bmatrix}$ i $W = \mathcal{L}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}\right)$;

10. Wyznaczyć wartości własne i wektory własne macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 2 & -6 & 2 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix}$.