Nazwisko i imię

Nr grupy

1. Rozwiązać równanie $\mathbf{X}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Wektorem współrzędnych wektora $\mathbf{x} \in V$ względem bazy $B = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ jest $[\mathbf{x}]_B = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$. Znaleźć wektor $[\mathbf{x}]_C$, gdy $C = (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_1 + 2\mathbf{b}_3)$.

3. Macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są podobne, gdy istnieje nieosobliwa macierz $\mathbf{P}$ taka, że $\mathbf{B} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$. Wykazać, że jeśli macierze $\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$ i $\mathbf{B}$ są podobne, to także macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} + \lambda\mathbf{I}$ są podobne.

4. Dana jest macierz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$. (a) Wyznaczyć rząd macierzy $\mathbf{A}$. (b) Znajdź jedną bazę przestrzeni wierszowej i jedną bazę przestrzeni zerowej macierzy $\mathbf{A}$. (c) Jaki jest związek między rzędem i wymiarem przestrzeni zerowej macierzy $\mathbf{A}$? (d) Pokazać, że każdy wektor z twojej bazy przestrzeni zerowej jest ortogonalny do każdego wektora z twojej bazy przestrzeni wierszowej macierzy $\mathbf{A}$.

5. Stwierdzić, czy funkcja $T\colon R^3 \to R^2$ jest przekształceniem linowym, gdy $T(x, y, z) = (x^2, y + z - x)$.

6. Znaleźć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań $\begin{cases} x + 2y = 4, \\ x + y = 5, \\ 3x + 5y = 12. \end{cases}$

7. Wyjaśnić dlaczego zbiór $W = \{(x, y, z, t) \in R^4\colon xy \leqslant 0\}$ ze zwykłym dodawaniem wektorów i zwykłym mnożeniem wektorów przez skalary nie jest przestrzenią wektorową nad ciałem R.

8. Wyznaczyć rzut wektora $\mathbf{b} = (7, -6, 4, -5)$ na podprzestrzeń $V = \mathcal{L}\left((1, 1, 1, 1), (8, -6, 2, 0)\right)$ przestrzeni R^4.

9. Pokazać, że wektory $(0, 3, 1, -1), (6, 0, 5, 1), (4, -7, 1, 3) \in R^4$ są liniowo zależne.