Nazwisko i imię

Nr grupy

1. Rozwiązać równanie $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

2. Metodą Grama-Schmidta wyznaczyć bazę ortogonalną podprzestrzeni $V = \mathcal{L}\Big((1,1,1,-1),(1,1,-1,1),(1,-1,-1,1)\Big)$ (przestrzeni $R^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym).

3. Macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są podobne, gdy istnieje nieosobliwa macierz $\mathbf{P}$ taka, że $\mathbf{B} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$. Wykazać, że jeśli macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są podobne, to także macierze $\mathbf{A}^3$ i $\mathbf{B}^3$ są podobne.

4. Dana jest macierz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. (a) Wyznaczyć wartości własne macierzy $\mathbf{A}$. (b) Wyznaczyć wektory własne macierzy $\mathbf{A}$. (c) Wektor $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ przedstawić jako kombinację wektorów własnych macierzy $\mathbf{A}$. (d) Korzystając z (c) obliczyć $\mathbf{A}^5 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

5. Zbadać liniową niezależność wektorów $(1,2,3),(1,-1,2),(1,-4,2) \in R^3$.

6. Znaleźć wektor $\mathbf{x} \in R^2$ taki, że liczba $\|\mathbf{Ax}-\mathbf{b}\|$ jest najmniejsza z możliwych, gdy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$.

7. Wyjaśnić dlaczego zbiór $R^2$ ze zwykłym mnożeniem przez skalary i z dodawaniem wektorów określonym wzorem $(x,y)+(x',y')=(y+y',x+x')$ nie jest przestrzenią wektorową nad ciałem $R$.

8. Zbadać, czy funkcja $T\colon R^3 \to R^2$ jest przekształceniem linowym, gdy $T(x,y,z)=(x,y-2z+3)$.

9. Które rozwiązanie układu $\left\{ \begin{array}{rrrrl} x_1 + & x_2 + & x_3 & & = 0 \\ 2x_1 + & 2x_2 + & 2x_3 + & 3x_4 & = 0 \end{array} \right.$ jest najbliższe wektorowi $\mathbf{b}=(1,1,1,1)$?