

---

1. Obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ .

5

---

2. Wyznaczyć asymptoty wykresu funkcji  $f$ , gdzie  $f(x) = xe^{2/x}$  dla  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

5

---

3. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć granicę nieoznaczoną  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$ .

5

---

4. Dana jest funkcja  $f$ , gdzie  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  dla  $x \in \mathbb{R}$ . Wyznaczyć: (a) przedział(y) monotoniczności funkcji  $f$ ; (b) ekstrema lokalne funkcji  $f$ ; (c) przedział(y) wklęsłości funkcji  $f$ ; (d) przedział(y) wypukłości funkcji  $f$ ; (e) punkt(y) przegięcia funkcji  $f$ .

5

---

5. Masy  $m_1 = 2$ ,  $m_2 = 5$ ,  $m_3 = 1$  i  $m_4 = 7$  rozłożone są odpowiednio w punktach  $P_1(-1, 4)$ ,  $P_2(2, 5)$ ,  $P_3(9, 10)$  i  $P_4(4, -4)$ . Wyznaczyć momenty  $M_{x=0}$  i  $M_{y=0}$  oraz środek  $S(x_s, y_s)$  układu mas.

5

---

6. Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywą  $r = 2 + \cos \varphi$  (określoną we współrzędnych biegunowych dla  $\varphi \in \langle 0; 2\pi \rangle$ ).

5

---

7. Obliczyć długość łuku krzywej parametrycznej, w której  $x = 3t^2$  i  $y = 2t^3$  dla  $t \in \langle 0; 1 \rangle$ .

5

---

8. Wyznaczyć objętość bryły powstałej w wyniku obrotu wokół osi  $x$  obszaru wyznaczonego przez krzywą  $y = 1/\sqrt{x^2 - 5x + 6}$  i oś  $x$  dla  $x \in \langle 4; 6 \rangle$ .

5