

1. Wyznaczyć każdą z następujących granic lub stwierdzić, że ona nie istnieje:

4

- | | | | |
|--|---|---|---|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt{3-x}$ <input type="text"/> | 5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^3-x}$ <input type="text"/> | 9. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x-2 }{x^2-4}$ <input type="text"/> | 13. $\lim_{x \rightarrow \pi/4^-} 5^{\operatorname{tg} 2x}$ <input type="text"/> |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{3-x}$ <input type="text"/> | 6. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^3-x}$ <input type="text"/> | 10. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2 }{x^2-4}$ <input type="text"/> | 14. $\lim_{x \rightarrow \pi/4^+} 5^{\operatorname{tg} 2x}$ <input type="text"/> |
| 3. $\lim_{x \rightarrow -3^-} \sqrt{3-x}$ <input type="text"/> | 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3-x}$ <input type="text"/> | 11. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{ x-2 }$ <input type="text"/> | 15. $\lim_{x \rightarrow \pi/2^+} \frac{5}{1+3^{\operatorname{tg} x}}$ <input type="text"/> |
| 4. $\lim_{x \rightarrow -3^+} \sqrt{3-x}$ <input type="text"/> | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2-x^4}$ <input type="text"/> | 12. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{ x-2 }$ <input type="text"/> | 16. $\lim_{x \rightarrow \pi/2^-} \frac{5}{1+3^{\operatorname{tg} x}}$ <input type="text"/> |

2. Osoba o wysokości 1,8 m z prędkością 1,2 m/s oddala się od ulicznej latarni o wysokości 5 m, idąc w kierunku swojego cienia. Z jaką szybkością wydłuża się jej cień?

4

3. Za pomocą linearyzacji (czyli za pomocą różniczki) obliczyć przybliżoną wartość liczby $(8,06)^{2/3}$.

4

4. Korzystając z twierdzenia de l'Hospitala, obliczyć granicę nieoznaczoną $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\arcsin x) \ln x$.

4

5. Dana jest funkcja f , gdzie $f(x) = (x+2)e^{-x}$ dla $x \in \mathbb{R}$. Wyznaczyć: (a) przedział(y) monotoniczności funkcji f ; (b) ekstrema lokalne funkcji f ; (c) przedział(y) wklęsłości funkcji f ; (d) przedział(y) wypukłości funkcji f ; (e) punkt(y) przegięcia funkcji f .

4

6. Krzywa uwikłana $y = y(x)$ określona jest przez równanie $x^2 + 2xy - y^3 = 1$. (a) Wyznaczyć $\frac{dy}{dx}$ (za pomocą x i y). (b) Wyznaczyć równanie normalnej do krzywej $y = y(x)$ w punkcie $(2; -1)$.

4

7. Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywe $y = \sin x$, $y = \sin^2 x$, gdy $x \in \langle -\pi/2; 0 \rangle$.

4

8. Obliczyć długość łuku krzywej parametrycznej, w której $x = 4\sqrt{2}e^{t/2}$ i $y = 2t - e^t$ dla $t \in \langle 0; 3 \rangle$.

4

9. Znaleźć pole powierzchni bocznej bryły powstałej z obrotu wokół osi x krzywej $y = \sqrt{1 + 4x}$ dla $x \in \langle 1; 5 \rangle$.

4

10. Wyznaczyć objętość bryły powstałej w wyniku obrotu wokół osi x obszaru wyznaczonego przez krzywą $y = \ln x$ i oś x dla $x \in \langle 1; e \rangle$.

4