Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI)	Nr albumu	Data egzaminu	B

1. Wpisując PRAWDA albo FAŁSZ, zaznaczyć wartość logiczną każdego z następujących trzech zdań: 3

   1. Jeżeli 4 jest podzielne przez 6, to 4 jest podzielne przez 2.
   2. Jeżeli 12 jest podzielne przez 6, to 12 jest podzielne przez 2.
   3. Jeżeli 17 jest podzielne przez 6, to 17 jest podzielne przez 2.

2. Formułę zdaniową $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)]$ zapisać w postaci najprostszej z możliwych i, następnie, tę uproszczoną postać (i tylko tę postać) zapisać za pomocą funktora NAND (czyli za pomocą kreski Sheffera). 8

3. Zbadać formalną poprawność następującego rozumowania: *Jeśli Stefan jest matematykiem, to Stefan zna logikę. Stefan zna logikę. Zatem Stefan jest matematykiem.* 7

4. Sprawdzić, czy formuła $[p \Rightarrow (q \vee r)] \Rightarrow [(q \wedge r) \Rightarrow p]$ jest tautologią. 7

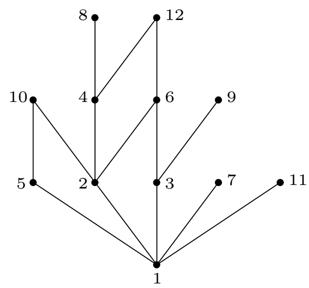
5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $2^{n+2}3^n + 5n - 4$ jest podzielna przez 25 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$. 8

6. Uzasadnić, że równość $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$ jest prawdziwa dla dowolnych zbiorów A, B, C i D, albo, 8
za pomocą przykładu, wykazać, że nie jest ona prawdziwa.

7. Dana jest funkcja $f\colon X \to Y$ oraz podzbiory A i B zbioru X. Wykazać, że $f(A) - f(B) \subseteq f(A - B)$. Na przykładzie pokazać, 7
że zbiory $f(A) - f(B)$ i $f(A - B)$ nie muszą być równe.

8. Korzystając z twierdzenia Cantora-Bernsteina (lub w inny sposób), udowodnić równoliczność zbiorów $(-1;1) \cup \{10, 2017\}$ 8
i $(0;1) \cup \{-2017, 3, 4\}$.

9. Diagram Hassego relacji podzielności w zbiorze $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ przedstawiono na załączonym rysunku. Wskazać elementy minimalne, elementy maksymalne, element najmniejszy (jeśli taki istnieje), element największy (jeśli taki istnieje), ograniczenia dolne, ograniczenia górne, kres dolny i kres górny zbioru $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$. 7



10. Dane są funkcje $f\colon X \to Y$ i $g\colon Y \to Z$. Wykazać, że jeśli f i g są różnowartościowe, to także funkcja $g \circ f\colon X \to Z$ 7
jest różnowartościowa. Zbadać, czy z faktu, że funkcja $g \circ f\colon X \to Z$ jest różnowartościowa wynika, że funkcje f i g są różnowartościowe? Podać odpowiedni przykład.