| Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI) | Nr albumu | 31.01.2017 | A |
|---|---|---|---|

1. Przedstawić schemat i, następnie, wyznaczyć wartość logiczną zdania: *Jeśli Jaś nie zna logiki, to jeśli Jaś zna logikę, to 1 + 2 = 5.* 7

2. Formułę zdaniową $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)]$ zapisać w postaci najprostszej z możliwych i, następnie, tę uproszczoną postać zapisać za pomocą funktora NAND (czyli za pomocą kreski Sheffera). 7

3. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow (r \Rightarrow s)}{(r \wedge \sim s) \Rightarrow \sim p}$ jest regułą wnioskowania. 7

4. Formalnie udowodnić, że dla dowolnych zbiorów $A$, $B$ i $C$ jest $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$. 7

5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 10^{3n+2} + 4(-1)^n$ jest podzielna przez 52 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$. 7

6. Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 90$ istnieją liczby naturalne $x_n$ i $y_n$, takie że $n = 7 \cdot x_n + 16 \cdot y_n$. $\boxed{7}$

7. Dana jest funkcja $f\colon X \to Y$ oraz podzbiory $A$ zbioru $X$ i $B$ zbioru $Y$. Wykazać, że $A \cap f^{-1}(B) \subseteq f^{-1}(f(A) \cap B)$. Na przykładzie pokazać, że zbiory $A \cap f^{-1}(B)$ i $f^{-1}(f(A) \cap B)$ nie muszą być równe. $\boxed{7}$

8. Korzystając z twierdzenia Cantora-Bernsteina (lub w inny sposób), udowodnić równoliczność zbiorów $(-1;1)$ i $(0;1) \cup \{2,3,4\}$. $\boxed{7}$

9. Zakładamy, że dla liczb $a, b \in \mathbb{Z}$ jest $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $3a + 4b = 7n$ dla pewnej liczby całkowitej $n$. (a) Wykazać, że $\sim$ jest równoważnością w zbiorze $\mathbb{Z}$. (b) Wyznaczyć klasy abstrakcji liczb 0 i 1. $\boxed{7}$

10. Dane są funkcje $f\colon X \to Y$ i $g\colon Y \to Z$. Wykazać, że jeśli $f$ i $g$ są różnowartościowe, to także funkcja $g \circ f\colon X \to Z$ jest różnowartościowa. Zbadać, czy z faktu, że funkcja $g \circ f\colon X \to Z$ jest różnowartościowa wynika, że funkcje $f$ i $g$ są różnowartościowe? Podać odpowiedni przykład. $\boxed{7}$