Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI)	Nr albumu	4.03.2015	B

1. Formułę zdaniową $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)]$ zapisać w możliwie najprostszej postaci równoważnej i tę prostszą postać zapisać za pomocą funktora NAND (czyli za pomocą kreski Sheffera). Przedstawić poszczególne etapy dochodzenia do ostatecznej postaci. 4

2. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow \sim q,\ r \Rightarrow q,\ r}{\sim p}$ jest regułą wnioskowania. 4

3. Formalnie udowodnić, że jeśli A, B i C są zbiorami, to $(A \cup C) - B \subseteq (A - B) \cup C$. 4

4. Dane są zbiory A, B i C. Przez sprzeczność wykazać, że jeśli $A \cap B \subseteq C$ i $x \in B$, to $x \notin A - C$. 4

5. Indukcyjnie wykazać, że $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 2$. 5

6. Dana jest funkcja $f\colon X \to Y$ oraz podzbiory B_1 i B_2 zbioru Y. Wykazać, że $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$. 4

7. Wykazać prawdziwość stwierdzenia $\forall_{m\in\mathbb{N}}\exists_{n\in\mathbb{N}}\ m < n$. 4

8. Dany jest zbiór $A = \langle -1; 4\rangle$ i funkcja $f\colon R \to R$, gdzie $f(x) = x^2 - 2x$. Wyznaczyć: 4

$f(A)$	$f^{-1}(f(A))$
$f^{-1}(A)$	$f(f^{-1}(A))$
$f(f(A))$	$f^{-1}(f^{-1}(A))$

9. Podać przykład relacji równoważności w zbiorze $A = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$. Uzasadnij, że wskazana przez ciebie relacja faktycznie jest relacją równoważności w zbiorze A. 4

10. Podać definicję relacji przechodniej. Niech R i S będą relacjami przechodnimi w zbiorze X. Wykazać przechodniość relacji $R \cup S$, albo wskazać (z uzasadnieniem) przykład pokazujący, że tak nie musi być. 4

11. Podać definicję zbiorów równolicznych. Formalnie wykazać, że zbiór $\mathbb{A} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ jest równoliczny ze zbiorem $\mathbb{B} = \{2015, 2016, 2017, \ldots\}$. Wskazać odpowiednią funkcję i wykazać, że ma ona żądane własności. 4