Nazwisko i imię

Nr grupy (Styczeń 2012)B

WSZYSTKIE ISTOTNE OBLICZENIA I ARGUMENTY MUSZĄ ZNALEŹĆ SIĘ NA TYCH KARTKACH.

1. Rozwiązać równanie $x^2 - (5+9j)x - 14 + 23j = 0$.

2. Wyznaczyć wszystkie pierwiastki wielomianu $\varphi(x) = x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 8x + 20$, gdy jednym z nich jest $x = -1 - 2j$.

3. Za pomocą wzorów Cramera wyznaczyć x_4 z układu równań $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 \phantom{{}+x_3} + x_4 = 3. \end{cases}$

4. Rozwiązać równanie $\mathbf{X} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

5. Wyznaczyć bazę podprzestrzeni $V = \mathcal{L}\Big((1,1,1,-1),\ (1,1,-1,1),(1,-1,-1,1),(3,1,-1,1),(1,1,0,0)\Big)$ (przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym). Następnie, ze wskazanej bazy, metodą Grama-Schmidta utworzyć bazę ortogonalną podprzestrzeni V.

6. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$, gdzie $T(x,y,z,t) = (x-2y+z+t, 2x-5y+z+3t, x-3y+2t)$ dla $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$. (a) Wyznaczyć jądro $\operatorname{Ker} T$ i jego bazę. (b) Wyznaczyć bazę obrazu $\operatorname{Im} T$. (c) Czy wektor $(1,0,1)$ należy do $\operatorname{Im} T$?

7. Znaleźć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań $\begin{cases} 2x_1 \phantom{{}+2x_2} = 1, \\ x_2 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 = 3; \end{cases}$

8. Wyznaczyć prostą $y = ax + b$, która, w sensie metody najmniejszych kwadratów, najlepiej pasuje do punktów $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,4)$ i $(4,0)$.