Nazwisko i imię	Nr grupy (Styczeń 2012) A

WSZYSTKIE ISTOTNE OBLICZENIA I ARGUMENTY MUSZĄ ZNALEŹĆ SIĘ NA TYCH KARTKACH.

1. Rozwiązać równanie $x^2 - (6-2j)x + 11 - 10j = 0$.

2. Wyznaczyć wszystkie pierwiastki wielomianu $\varphi(x) = x^4 + 4x^3 + 22x^2 - 60x + 533$, gdy jednym z nich jest $x = 2 - 3j$.

3. Za pomocą wzorów Cramera wyznaczyć x_4 z układu równań $\begin{cases} x_1 \phantom{{}+x_2} + 3x_3 - 5x_4 = 1, \\ \phantom{x_1+{}} x_2 \phantom{{}+3x_3} + 2x_4 = 0, \\ \phantom{x_1+x_2+{}} 2x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \phantom{{}-5x_4} = 2. \end{cases}$

4. Wyznaczyć rozwiązanie $\mathbf{X}$ z równania $\mathbf{X}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 \\ -2 & 2 & 12 \end{bmatrix}$.

5. Wyznaczyć bazę podprzestrzeni $V = \mathcal{L}\Big((1,1,1,-1),(1,1,-1,1),(1,-1,-1,1),(3,1,-1,1),(1,1,0,0)\Big)$ (przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym). Następnie, ze wskazanej bazy, metodą Grama-Schmidta wyznaczyć bazę ortogonalną podprzestrzeni V.

6. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon R^4 \to R^2$, gdzie $T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$ dla $\mathbf{x} \in R^4$. Wyznaczyć: (a) bazę przestrzeni $\operatorname{Ker} T$ oraz (b) bazę przestrzeni $\operatorname{Im} T$.

7. Znaleźć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 + x_2 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 = 2; \end{cases}$

8. Wyznaczyć prostą $y = ax + b$, która, w sensie metody najmniejszych kwadratów, najlepiej pasuje do punktów $(1,20)$, $(2,30)$, $(3,50)$, $(4,10)$.