
1. Indukcyjnie wykazać, że liczba $16 \cdot 7^n - 6n + 2$ jest podzielna przez 18 dla każdej liczby naturalnej n .

2. Indukcyjnie wykazać, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 100$ istnieją liczby naturalne x i y takie, że $n = 6x + 19y$.

3. Dany jest ciąg rekurencyjny (a_n) , w którym $a_0 = 1$, $a_1 = -3$ i $a_n = -2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ dla $n \geq 2$. Za pomocą równania charakterystycznego i za pomocą funkcji tworzącej wyznaczyć jawny wzór na n -ty wyraz ciągu.

4. Rozwiązać równanie $179x \equiv 3 \pmod{709}$.

5. Wykazać, że $\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-1}{k-1}$, gdy n i k są dodatnimi liczbami naturalnymi i $n \geq k$.

6. Wyznaczyć liczbę całkowitych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 90$ takich, że $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 12$, $x_3 > 1$, $x_4 > 2$, $x_5 \geq -5$ i $x_6 > 0$.

7. Wyznaczyć liczbę liczb w zbiorze $\{1, 2, \dots, 1000\}$, które nie są podzielne przez 4, przez 6, ani przez 9.

8. Wyznaczyć $\varphi(140)$ i następnie obliczyć $641^{1100} \equiv (\text{mod } 140)$ korzystając z twierdzenia Eulera.

9. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (713, 13)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 23 \cdot 31$). Bolek od Alicji otrzymał informację L , której kodem jest $C = 543$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L .

10. We wskazanym grafie wyznaczyć cykl (lub ścieżkę) Eulera.

