

EGZAMIN PISEMNY Z MATEMATYKI PO DRUGIM SEMESTRZE

1. Rozwiązać równanie kwadratowe $x^2 + (-5 + j)x + 6 - 2j = 0$.

2. Rozwiązać równanie macierzowe $\begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & -3 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 0 & -4 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$.

3. Za pomocą wzorów Cramera wyznaczyć niewiadomą x_1 z układu równań
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_4 = 0, \\ x_2 - 6x_3 - x_4 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 1. \end{cases}$$

4. Obliczyć odległość d pomiędzy prostymi skośnymi $\frac{x-2}{3} = \frac{y-8}{4} = -(z+6)$ i $-\frac{x-9}{6} = \frac{y-3}{4} = z-4$.

5. Znaleźć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 2, \\ x_1 + 2x_2 = 2, \\ x_1 - 2x_2 = 0. \end{cases}$$

6. Obliczyć $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ i $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, gdy $z = \ln(x^2 + y^2)$.

7. Z równania różniczkowego $y' = (1 - y) \cos x$ wyznaczyć $y = y(x)$ takie, że $y(\pi) = 2$.

8. Z równania różniczkowego $y'' + 4y = 2x$ wyznaczyć $y = y(x)$ takie, że $y(0) = 1$ i $y'(0) = 2$.

9. Za pomocą transformaty Laplace'a wyznaczyć $y = y(x)$ takie, że $y'' + y = \sin 2x$, $y(0) = 0$ i $y'(0) = 0$.

10. Wyznaczyć współczynniki a_n ($n = 0, 1, \dots$) szeregu trygonometrycznego Fouriera funkcji okresowej o okresie 2π , gdy $f(x) = -1$ dla $x \in (-\pi; 0)$ i $f(x) = x$ dla $x \in (0; \pi)$.

11. Wyznaczyć ekstremum funkcji $z = x^3 + y^3 - 9xy$.

12. Obliczyć całkę podwójną $\iint_D (4 - y^2) dx dy$, gdy $D = \{(x, y); 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$.