

Nazwisko i imię	Nr albumu	Kierunek studiów	Rok studiów
-----------------	-----------	------------------	-------------

Data egzaminu	D
---------------	---

EGZAMIN PISEMNY Z MATEMATYKI PO PIERWSZYM SEMESTRZE

1. Zbadać zbieżność szeregu: (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ ; (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n+1)^2}}$ . Uzasadnić swoje rozumowania.

2. Obliczyć granice: (a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 5^x)^{\frac{1}{x}}$ ; (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - e^{-x}}$ . Uzasadnić każdy krok swojego postępowania.

3. Dana jest funkcji  $f(x) = (x+1)e^{2x}$ . (a) Zbadać jej monotoniczność. (b) Wyznaczyć przedziały wklęsłości (wypukłości) funkcji  $f(x)$ . (c) Wyznaczyć punkt (punkty) przegięcia wykresu funkcji  $f(x)$ . Uzasadnić swoje stwierdzenia.

4. Wyznaczyć wszystkie asymptoty wykresu funkcji  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - 1 - \frac{1}{x}$ .

---

5. Całkując przez części, wyznaczyć całkę  $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$ . Następnie obliczyć  $\int_0^{\pi/4} \frac{x dx}{\cos^2 x}$ .

---

6. Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywe  $y = -x^2 + 2x$  i  $y = 3x^3 - x^2 - 10x$ .

---

7. Obliczyć długość łuku krzywej określonej przez funkcję  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$  dla  $x \in \langle \frac{1}{4}, \frac{16}{25} \rangle$ .

---

8. Znaleźć pole powierzchni bocznej bryły powstałej z obrotu krzywej  $x = t, y = 4 - 2t$  dookoła osi  $Ox$  dla  $t \in \langle 0; 4 \rangle$ .