

Nazwisko i imię	Nr albumu	Kierunek studiów	Rok studiów
-----------------	-----------	------------------	-------------

Data egzaminu	C
---------------	---

EGZAMIN PISEMNY Z MATEMATYKI PO PIERWSZYM SEMESTRZE

1. Zbadać zbieżności szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{n^2+3}$ . Uzasadnić swoje rozumowanie.

2. Obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \sqrt{n + \frac{1}{n}}$ . Uzasadnić każdy krok swojego postępowania.

3. (a) Wykazać monotoniczność ciągu  $x_n = \frac{n}{5^n}$ . (b) Uzasadnić, że  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{5^n} = 0$ . (c) Przedstawić kryterium Leibniza zbieżności szeregu naprzemiennego. (d) Następnie z dokładnością do 0,01 obliczyć sumę szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{5^n}$ .

4. Wyznaczyć wszystkie asymptoty wykresu funkcji  $f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x + 3}$ .

---

5. Całkując przez podstawianie, wyznaczyć całkę  $\int \frac{\sin 2x dx}{2 + \cos x}$ . Następnie obliczyć  $\int_0^\pi \frac{\sin 2x dx}{2 + \cos x}$ .

---

6. Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywe  $y = -x^2 + 2x$  i  $y = 3x^3 - x^2 - 10x$ .

---

7. Obliczyć długość łuku krzywej określonej we współrzędnych biegunowych  $r = 1 + \cos \varphi$ , gdzie  $\varphi \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .

---

8. Znaleźć pole powierzchni bocznej bryły powstałej z obrotu wokół osi  $Ox$  krzywej  $y = \cos 2x$ , gdzie  $x \in \langle 0; \pi/6 \rangle$ .