Nazwisko i imię	Nr albumu	2009 B

1. Rozwiązać równanie różniczkowe $y'' + y' = -2xe^{-x}$.

2. Wyznaczyć $\mathbf{X}$ i $\det(\mathbf{X})$, gdy $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{X}$ są macierzami wymiaru 3×3 takimi, że $\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}^{-1} = 2\mathbf{I}_3$ i $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & -5 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

3. Przy pomocy wzoru Cramera wyznaczyć x_2 z układu równań $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -4. \end{cases}$

4. Wyznaczyć wielomian charakterystyczny $\varphi(\lambda)$ macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$. Następnie wyznaczyć resztę z dzielenia wielomianu $\psi(\lambda) = \lambda^{10} + \lambda^3$ przez $\varphi(\lambda)$ i obliczyć $\mathbf{A}^{10} + \mathbf{A}^3$.

5. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon R^3 \to R^3$ takie, że $T(x,y,z) = (x, x+y, x+y+z)$. Wyznaczyć jego macierz $[T]_C^B$ względem baz $B = \big((3,1,2),(1,2,1),(2,-1,0)\big)$ i $C = \big((1,2,1),\ (2,1,-1),(5,4,1)\big)$.

6. Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ na podprzestrzeń $W = \mathcal{L}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}\right)$ (w przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym).

7. Za pomocą transformaty Laplace'a rozwiązać układ równań $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -x + 2y, \end{cases}$ gdy $x(0) = 0$ i $y(0) = 2$.