Nazwisko i imię	Nr albumu	2009 A

1. Rozwiązać równanie kwadratowe $x^2 + (2+2j)x - 5 + 14j = 0$.

2. Wyznaczyć $\mathbf{X}$ i $\det(\mathbf{X})$, gdy $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{X}$ są macierzami wymiaru 3×3 takimi, że $(\mathbf{AXB})^{-1} = \mathbf{AB}$ i $\mathbf{BA} = -\frac{1}{2}\mathbf{I}_3$.

3. Przy pomocy wzoru Cramera wyznaczyć x_2 z układu równań $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 = 8, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$

4. Wektor $\mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ przedstawić jako kombinację liniową wektorów własnych macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$. Następnie obliczyć $\mathbf{A}^{2003}\mathbf{v}_0$.

5. Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $\mathbf{b} = (1, 1, 2)$ na podprzestrzeń kolumnową macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Następnie wyznaczyć najlepsze rozwiązanie równania $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

6. Wyznaczyć ortogonalną bazę obrazu przekształcenia liniowego $T\colon R^3 \to T^4$, gdzie $T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x - z, x + y + z, x - y - 3z)$ (w przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym).

7. Za pomocą transformaty Laplace'a rozwiązać układ równań $\left\{ \begin{array}{rcr} x' & = & 2y, \\ y' & = & -x + 2y, \end{array} \right.$ gdy $x(0) = 1$ i $y(0) = 2$.