Nazwisko i imię	Nr grupy	2006/07 D

1. Liczbę $\frac{(1-j)^{11}}{(\sqrt{3}+j)^6}$ zapisać w postaci kanonicznej.

2. Rozwiązać równanie $x^2-(5+9j)x-14+23j=0$

3. Obliczyć rząd macierzy $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & 3 \\ 7 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

4. Rozwiązać równanie $\mathbf{X}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

5. Wektorem współrzędnych wektora $\mathbf{x}\in V$ względem bazy $B=(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_2,\mathbf{b}_3)$ jest $[\mathbf{x}]_B=\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$. Znaleźć wektor $[\mathbf{x}]_C$, gdy $C=(\mathbf{b}_1-\mathbf{b}_2,\mathbf{b}_1+\mathbf{b}_3,\mathbf{b}_1+2\mathbf{b}_3)$.

6. Wyznaczyć wartości własne i wektory własne macierzy $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

7. Rozwiązać równanie różniczkowe $y'' - 5y' + 4y = 4xe^{4x}$.

8. Przy pomocy transformaty Laplace'a wyznaczyć funkcje $x(t)$ i $y(t)$ takie, że $x'(t) = 4y+1$, $y'(t) = -x+2$ i $x(0) = -7$ oraz $y(0) = -8$.

9. Wpisując TAK albo NIE stwierdź prawdziwość każdego z następujących zdań:

- [ ] Dla każdej liczby rzeczywistej φ i każdej liczby całkowitej n jest $(\cos\varphi - j\sin\varphi)^n = \cos n\varphi - j\sin n\varphi$.
- [ ] Jeśli układ równań $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, gdzie $[\mathbf{A}|\mathbf{b}] \in R_{n\times(n+1)}$, ma rozwiązanie dla każdego $\mathbf{b} \in R_{n\times 1}$, to układ $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ma dokładnie jedno rozwiązanie dla każdego $\mathbf{b}$.
- [ ] Jeśli $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są macierzami kwadratowymi tego samego stopnia, to $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{BA})$.
- [ ] Każde dwa wektory własne są liniowo niezależne.
- [ ] Każda niezerowa macierz kwadratowa jest iloczynem macierzy elementarnych.
- [ ] Funkcja $T : R^3 \to R^3$ jest przekształceniem liniowym, gdy $T(x, y, z) = (1, 2y, 3z + x)$ dla $(x, y, z) \in R^3$.
- [ ] Część wspólna dwóch podprzestrzeni przestrzeni wektorowej V może być zbiorem pustym.
- [ ] Jeśli $\mathbf{A}$ jest macierzą kwadratową stopnia n i $\mathbf{A}^T = 4\mathbf{A}^{-1}$, to $\det\mathbf{A} = 2^n$ lub $\det\mathbf{A} = -2^n$.

oo