Nazwisko i imię	Nr grupy	2006/07 A

1. Liczbę $(-\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}})^{18}$ zapisać w postaci kanonicznej.

2. Rozwiązać równanie $x^2 - (1-5j)x - 6 - 3j = 0$.

3. Obliczyć wyznacznik $\begin{vmatrix} j & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & j \\ 1 & 0 & j & j \end{vmatrix}$.

4. Rozwiązać równanie $\mathbf{X}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

5. Wyznaczyć wymiar i ortogonalną bazę podprzestrzeni $V = \{(x+2y+4z, x+2z, y+z, x-2y) : x, y, z \in R\}$ (przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym).

6. Dane jest przekształcenie liniowe $T : R^4 \to R^3$, gdzie $T(1,0,1,0) = (1,2,-1)$, $T(1,2,3,-1) = (2,1,1)$ i $T(x,y,0,0) = (0,0,0)$ dla $x, y \in R$. Wyznaczyć $T(1,2,0,-1)$.

7. Rozwiązać równanie różniczkowe $y'' - 2y' + 2y = 5e^{-x} \sin x$.

8. Za pomocą transformaty Laplace'a wyznaczyć funkcje $x(t)$ i $y(t)$ takie, że $x'(t) = 4x + 7y$, $y'(t) = x - 2y$ i $x(0) = 7$ oraz $y(0) = 1$.

9. Wpisując TAK albo NIE stwierdź prawdziwość każdego z następujących zdań:

- [ ] Wiersze macierzy symetrycznej $\mathbf{A}$ są liniowo zależne wtedy i tylko wtedy, gdy kolumny macierzy $\mathbf{A}$ są liniowo zależne.
- [ ] Jeśli W i U są podprzestrzeniami przestrzeni wektorowej V, to $W \cup U$ jest podprzestrzenią przestrzeni V.
- [ ] Jeśli $\mathbf{A}$ jest macierzą kwadratową, to $\det(-\mathbf{A}) = -\det \mathbf{A}$.
- [ ] Funkcja $T : C^{(2)}(R) \to C(R)$ jest przekształceniem liniowym, gdy $T(f) = f'' + f$ dla $f \in C^{(2)}$.
- [ ] Niesprzeczny układ równań liniowych $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathbf{A}$ jest wierszowo równoważna macierzy schodkowej, w której pewna kolumna nie zawiera wiodącej jedynki.
- [ ] Jeśli z jest liczbą zespoloną, a n jest liczbą naturalną, to częścią rzeczywistą liczby $z^n - (\overline{z})^n$ jest zero.
- [ ] Jeśli $\mathbf{A}$ jest rzeczywistą macierzą kwadratową i $\mathbf{A}^2 = 8\mathbf{A}^{-1}$, to $\det \mathbf{A} = 2$.
- [ ] Zero nie może być wartością własną.

+