

Nazwisko i imię

Nr grupy

1. Liczbę  $\frac{(-\sqrt{3}-j)^{32}}{2^{32}}$  zapisać w postaci kanonicznej.

2. Rozwiązać równanie  $x^2 - (2 + 5j)x - 6 + 6j = 0$ .

3. Obliczyć wyznacznik  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2j \\ 1 & 2 & 3j & 1 \\ 4 & 2j & 3 & 1 \end{vmatrix}$ .

4. Rozwiązać równanie  $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ .

5. Metodą Grama-Schmidta wyznaczyć bazę ortogonalną podprzestrzeni  $V = \mathcal{L}\left((1, 1, 1, -1), (1, 1, -1, 1), (1, -1, -1, 1)\right)$  (przestrzeni  $R^4$  ze standardowym iloczynem skalarnym).

---

6. Pokazać, że jeśli  $\lambda$  jest wartością własną macierzy kwadratowej  $\mathbf{A}$ , to  $\lambda^2$  jest wartością własną macierzy  $\mathbf{A}^2$ .

---

7. Rozwiązać równanie różniczkowe  $y'' - 2y' - y = (-4x + 6)e^x$ .

---

8. Przy pomocy transformaty Laplace'a wyznaczyć funkcje  $x(t)$  i  $y(t)$  takie, że  $x'(t) = 2x - y$ ,  $y'(t) = x$  i  $x(0) = 1$  oraz  $y(0) = 3$ .

---

9. Wpisując TAK albo NIE stwierdź prawdziwość każdego z następujących zdań:

- Dla każdej liczby rzeczywistej  $\varphi$  i każdej liczby całkowitej  $n$  jest  $(\cos \varphi - j \sin \varphi)^n = \cos n\varphi - j \sin n\varphi$ .
- Układ równań liniowych, w którym jest mniej równań niż niewiadomych ma nieskończenie wiele rozwiązań.
- Zbiór wektorów ortogonalnych jest zbiorem wektorów liniowo niezależnych.
- Jeśli  $\mathbf{A}$  jest macierzą kwadratową i  $\mathbf{A}^4 = \mathbf{0}$ , to  $\mathbf{A}$  jest macierzą nieosobliwą.
- Macierze podobne mają te same wektory własne.
- Każdy zbiór generujący przestrzeń wektorową  $R^2$  zawiera co najwyżej dwa wektory.
- Jeśli  $\mathbf{A}$  jest macierzą kwadratową, to  $(\det \mathbf{A})(\det \mathbf{A}^{-1}) = 1$ .
- $e^z$  jest liczbą dodatnią dla każdej liczby zespolonej  $z$ .

..