Nazwisko i imię	Nr grupy	2003/04 A

1. Liczbę $\frac{(-\sqrt{3}-j)^{32}}{2^{32}}$ zapisać w postaci kanonicznej.

2. Rozwiązać równanie $x^2-(2+5j)x-6+6j=0$.

3. Obliczyć wyznacznik $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2j \\ 1 & 2 & 3j & 1 \\ 4 & 2j & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

4. Rozwiązać równanie $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

5. Metodą Grama-Schmidta wyznaczyć bazę ortogonalną podprzestrzeni $V=\mathcal{L}\Big((1,1,1,-1),(1,1,-1,1),(1,-1,-1,1)\Big)$ (przestrzeni R^4 ze standardowym iloczynem skalarnym).

6. Pokazać, że jeśli λ jest wartością własną macierzy kwadratowej $\mathbf{A}$, to λ^2 jest wartością własną macierzy $\mathbf{A}^2$.

7. Rozwiązać równanie różniczkowe $y'' - 2y' - y = (2x+2)e^{-x}$.

8. Za pomocą transformaty Laplace'a wyznaczyć funkcje $x(t)$ i $y(t)$ takie, że $x'(t) = 2x - y$, $y'(t) = x$ i $x(0) = 0$ oraz $y(0) = 1$.

9. Wpisując TAK albo NIE stwierdź prawdziwość każdego z następujących zdań:

- [ ] Metoda Grama-Schmidta umożliwia konstrukcję ortogonalnego zbioru wektorów z dowolnego zbioru wektorów.
- [ ] Każda niezerowa macierz kwadratowa jest iloczynem macierzy elementarnych.
- [ ] Zbiór $\{f \in R[x] : f(1) = 0\}$ jest podprzestrzenią przestrzeni $R[x]$.
- [ ] Układ równań liniowych, w którym jest mniej równań niż niewiadomych może nie mieć rozwiązania.
- [ ] Macierze podobne mają te same wartosci własne.
- [ ] Część wspólna dwóch podprzestrzeni przestrzeni wektorowej V może być zbiorem pustym.
- [ ] Jeśli z i w są liczbami zespolonymi, to $z\overline{w} + \overline{z}w$ jest liczbą rzeczywistą.
- [ ] Jeśli $\mathbf{A}$ jest macierzą kwadratową i $\mathbf{A}^3 - \mathbf{A} = \mathbf{0}$, to $\det \mathbf{A} = 0$.

.