

1. [3] Znaleźć macierz A taką, że $AB = A + B$, gdy $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.
2. [3] Niech A będzie macierzą kwadratową stopnia 3 i $\det A = 2$. Wyznaczyć $\det(A^2)$, $\det(2A)$ i $\det(A^T)$.
3. [3] Dana jest funkcja $(\cdot|\cdot) : R^3 \times R^3 \rightarrow R$, gdzie $(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = x_1y_1 + 3x_2y_2 - x_3y_3$ dla $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ i $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ należących do R^3 . Czy funkcja ta jest iloczynem skalarnym w przestrzeni R^3 . Dlaczego?
4. [4] Pokazać, że przekształcenie liniowe $T : R^3 \rightarrow R^3$, gdzie $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_2 + x_3, x_2 - x_3, 2x_2 - 3x_3)$ jest różnowartościowe. Znaleźć przekształcenie odwrotne $T^{-1} : R^3 \rightarrow R^3$. Obliczyć $T^{-1}(1, 1, 1)$.
5. [4] Rozwiązać równanie $y'' + 25y = 4 \sin 5x$.
6. [4] Wyznaczyć oryginał $f(t)$, gdy $L[f(t)] = \frac{2s^2 + 15s + 7}{(s+1)^2(s-2)}$.
7. [4] Przy pomocy transformaty Laplace'a rozwiązać układ równań $\frac{dx}{dt} = y$, $\frac{dy}{dt} + x = 2y$, gdy $x(0) = 1$ i $y(0) = 1$.