Nazwisko i imię	Nr albumu	Algebra liniowa 2005/06 **B**

1. Wyznaczyć część rzeczywistą liczby $e^{\pi j/6} \cdot e^{3\pi j/4}$.
2. Obliczyć wszystkie trzy pierwiastki równania $z^3 - z^2 - 7z + 15 = 0$.
3. Wskazać wszystkie rozwiązania równania $e^z = -1$.
4. Niech A będzie dowolną macierzą. Dlaczego AA^T jest macierzą symetryczną?
5. Rozwiązać równanie macierzowe $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$.
6. Czy wektory $\mathbf{x}_1 = (1, 3, 2)$, $\mathbf{x}_2 = (2, 5, 3)$, $\mathbf{x}_3 = (4, 0, 1)$ są liniowo niezależne w R^3? Dlaczego?
7. Niech $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ będzie bazą przestrzeni V. Czy wektory $\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_2+\mathbf{v}_3$, $\mathbf{v}_3+\mathbf{v}_1$ także tworzą bazą przestrzeni V? Dlaczego?
8. Dana jest macierz $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$. Znaleźć: (a) wartości własne λ_i macierzy A; (b) wektory własne $\mathbf{v}_i$ macierzy A; (c) macierz C taką, że $D = C^{-1}AC$ jest macierzą diagonalną.
9. Znaleźć macierz przekształcenia liniowego $T : R^2 \to R^2$ względem bazy $B = (\mathbf{b}_1 = (1, 2),\ \mathbf{b}_2 = (-2, 1))$ przestrzeni R^2, gdy $T(x, y) = (2x, -3x + y)$ dla $(x, y) \in R^2$.
10. Niech λ będzie wartością własną macierzy A. Pokazać, że $2\lambda^2$ jest wartością własną macierzy $2A^2$.
11. Rozwiązać równanie $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x-1} = e^x$.
12. Rozwiązać równanie $2y'' + y = \sin \frac{x}{\sqrt{2}}$.
13. Wyznaczyć transformatę Laplace'a $L[t^2 \sin 2t]$.
14. Przy pomocy transformaty Laplace'a rozwiązać równanie $y'' - 2y' + 5y = 0$, gdy $y(0) = 2$ i $y'(0) = 4$.
15. Układ równań $\frac{dx}{dt} = y$, $\frac{dy}{dt} = -x + 2y$, gdy $x(0) = 0$ i $y(0) = 1$, rozwiązać na dwa sposoby – przy pomocy transformaty Laplace'a oraz w dowolny inny sposób.