Nazwisko i imię

Nr albumu

1. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (1003, 5)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 1003 = 17 \cdot 59$). Bolek od Alicji otrzymał informację L, której kodem jest $C = 179$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L.

2. Wykazać, że graf K_5 nie jest planarny.

3. Wykazać, że jeśli graf G jest planarny, to $\chi(G) \leqslant 6$.

4. Przedstawić i udowodnić cechę podzielności przez 3.

5. Na dwa sposoby (przy pomocy równania charakterystycznego i funkcji tworzącej) rozwiązać równanie rekurencyjne, w którym $a_0 = 5$, $a_1 = 17$ i $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ dla $n \geqslant 2$.

6. (a) Udowodnić twierdzenie Eulera: Jeśli n i a są względnie pierwszymi liczbami naturalnymi i $n \geqslant 2$, to $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$. (b) Wyznaczyć wartość liczby $\varphi(90)$. (c) Następnie korzystając z twierdzenia Eulera obliczyć resztę z dzielenia liczby 77^{24} przez 90.

7. Na trzy różne sposoby udowodnić równość $\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \ldots + n\binom{n}{n} = n2^{n-1}$.

8. Przedstawić i udowodnić twierdzenie Halla o skojarzeniach.

9. Przedstawić i udowodnić twierdzenie Ore o grafach hamiltonowskich.