Nazwisko i imię	Nr albumu	**Egz. MD Elbląg 08/09**

1. Wyznaczyć liczbę całkowitoliczbowych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 15$, gdzie $x_1 \geqslant 0, x_2 > 0, x_3 \geqslant 1, x_4 \geqslant 2, x_5 \geqslant 2$ i $4 \geqslant x_6 \geqslant 0$. Uzasadnić swoje stwierdzenie.

2. Wykazać, że $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

3. Wykazać, że $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \ldots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$ dla $n \in \mathbb{N}$ i $n \geqslant 1$.

4. Dany jest zbiór $A = \{1, 2, 3, \ldots, 5000\}$. Ile liczb ze zbioru A jest podzielnych przez 3, 4 lub 5 i nie jest podzielnych przez 6?

5. Wyznaczyć ciąg rekurencyjny (a_n), w którym $a_0 = 3$, $a_1 = 6$ i $a_n = a_{n-1} + 20a_{n-2}$ dla $n \geqslant 2$.

6. Wyznaczyć liczby całkowite x i y takie, że $(17\,369, 4\,474) = 17\,369x + 4\,474y$.

7. Rozwiązać równanie $71x \equiv 2 \pmod{113}$.

8. Rozwiązać układ kongruencji $\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 1 \pmod{8} \\ x \equiv 9 \pmod{17} \end{cases}$

9. Wyznaczyć wartość liczby $\varphi(90)$. Następnie korzystając z twierdzenia Eulera obliczyć resztę z dzielenia liczby 77^{24} przez 90.

10. Publicznym kodem Alicji i Bolka jest para $(r, s) = (1003, 5)$ (i tylko oni wiedzą, że $r = pq = 1003 = 17 \cdot 59$). Bolek od Alicji otrzymał informację L, której kodem jest $C = 179$. W roli Bolka wyznaczyć liczbę L.